

以超級橢圓模擬各種幾何截面之外延表面上膜狀凝結熱傳

楊勝安¹，林彥廷²

¹教授兼系主任，國立高雄應用科技大學-模具工程系

²研究生，國立成功大學-機械工程系

摘要

本專題係報導採用辛普森積分理論解析飽和蒸汽流經一等溫壁的超級橢圓鰭片與壁上的層流膜狀凝結熱傳。主要報導壓力梯度，汽體界面剪應力，以及各種鰭片幾何外型等效應對局部凝結液流動分析，並探討凝結液脫離表面的臨界角度，進而探討對局部熱傳以及平均熱傳的影響。

文中將針對不同的超級橢圓次方參數，採用數值積分法並搭配相關研究參數加以分析。同時採用 Taghavi 壓力梯度理論探討散熱鰭片各種外型的表面張力對於凝結液厚度之影響，以及發生凝結液脫離表面的臨界角度；由於目前尚無對針對散熱鰭片做各種幾何外型的凝結熱傳研究，因此文末將與前人的圓管(特例)實驗數據相比較。最後本專題將與前人所做的特例圓管等溫壁情況的結果以及 Yang 先前自然對流模型結果比較。本專題亦將使膜狀凝結熱傳理論，應用於各種散熱鰭片的幾何外型，從原始設計的方形到各種超級橢圓外型，達到一個完整的凝結熱傳分析，提供散熱鰭片等相關設計業者參考。

關鍵詞：層流，膜狀凝結，壓力梯度，超級橢圓，鰭片。

一、前言

近年來，3C 產業發展迅速且已走向國際化趨勢，所以在產品設計上皆朝向輕、薄、短、小的設計目標前進，由於競爭激烈加上3C 產品生命週期短且淘汰率高，所以在產品設計上必須在最短的時間內設計出具有高競爭力的模組，以達到最高經濟效益，而由於功能不斷的提升，最後終究須面臨系統的散熱問題。散熱的方法及途徑，不外乎下列幾種，輻射與自然對流、強制氣冷、強制液冷、相的變化、冷凍系統；以常溫下熱傳的物理模式中，對於散熱的速率可知道以下的相關比較：凝結 \geq 沸騰 \gg 傳導 $>$ 強制對流 \gg 自然對流 \gg 輻射；因此運用相變化作為熱量的傳遞是目前效率最高的方法。

以水凝結或沸騰為例，使水形成水蒸氣所需之能量必須做兩件事情。第一，它必須使水分子活潑及充滿活力，讓它們彼此間分開並克服使它們彼此靠近成為液體之吸引力。第二，必須加入能量以便將大氣推開而產生容納水蒸氣之空間。此一相變化所需之總能量稱為蒸發潛熱(latent heat of vaporization)， Δh_{fg} (J/kg 或 J/mol)。在100°C及1atm下，當1kg液態水變成水蒸汽時，蒸發潛熱為2257kJ/kg。

欲達到較佳的凝結熱傳效率，必須先了解凝結的物理機構。當飽和蒸汽接觸到較冷的物體表面時，便會在其表面上產生凝結現象(圖一)，此凝結主要可分成四種機制：

(1) 膜狀凝結- 當蒸汽的潛熱被一次冷的“濕性”(非平滑表面)表面吸收後，當附著於此表面的液體分子內聚力小於濕性標面的附著力，蒸汽將會於此表面形成膜狀凝結現象；本論文係以膜狀凝結模式為研究主體。

(2) 滴狀凝結- 此種接觸式凝結模式通常發生在短暫的過程中，無法保持長久的穩定，但此凝結模式則比膜狀凝結熱傳遞性能優於數倍。通常其發生的現象是在於飽和蒸汽遭遇較冷的“乾性”表面時，由於乾性表面與液體間的附著力低於液體本身的內聚力，因此凝結液體的分子群聚集成為滴狀凝結現象。通常發現接觸表面的次冷參數愈高，發生滴狀凝結機會也愈大，但通常必須考慮接觸面的表面狀況。例如：將接觸表面處理成“蓮花效應”，進而產生滴狀凝結現象。

(3) 直接接觸式凝結- 一種不需透過固體邊界而產生的凝結現象；將較冷的液體直接噴灑至較熱的汽體中，較熱的汽體將會附著於液體表面，其應用通常用於噴灑式冷卻法及微小顆粒的生產收集方法(如：粉塵、金屬微粒收集等)

(4) 霧狀凝結- 一種大量汽體流動時，其溫度低於飽和溫度時，產生的自我凝結的現象，然後均勻地凝結成許多液滴，形成所謂均勻二相流，亦稱均質凝結。

二、物理模式與理論分析

本論文由於超級橢圓的高階性質，因此在凝結熱傳問題上，採取超級橢圓極座標 (r, θ) 與 Yang[1]首次訂定橢圓曲線座標配合離心率表示，降低方程式的複雜度，便於應用分析。Yang's 離心橢圓法採用不同的離心率搭配圓上任一點切線與水平夾角，構成各類橢圓形管的設計。此類座標，可設定離心率=0 時，退化為圓管；離心率=1 時，成為垂直平板。故可知此類座標系可達到橢圓管、圓管、方管、與垂直平板的解析研究。

(一) 超級橢圓曲線座標系

由於飽和蒸汽接觸到次冷的冷凝管後，將會在冷凝管上開始產生凝結現象，而凝結液膜也將由管壁的上半部開始形成，然後受重力場、外界流場及表面張力等作用下，沿著管壁表面向下流動。一開始，設定管壁上起始點為原點($x=0$)，延流線方向為 x -向，順著圓管表面的漸開線為 x 的座標值。垂直流線的方向設為 y 座標，由管壁設定為 $y=0$ ，而凝結液的厚度為 $y=\delta$ ，如圖 2-1 所示。

茲探討以橢圓的極座標與離心率表示的表面幾何與周圍弧長等關係式，作為下面幾章分析之預備。首先，由已知橢圓的半長軸 a (在重力方向)與半短軸 b ，表示此橢圓表面之任意點位置 (r, θ) 的方程式如下：

$$\left(\frac{y}{a}\right)^n + \left(\frac{x}{b}\right)^n = 1 \dots\dots\dots(2.1)$$

$$\text{或} \quad \left(\frac{r \cos \theta}{a}\right)^n + \left(\frac{r \sin \theta}{b}\right)^n = 1 \dots\dots\dots(2.1')$$

其中， n 稱為超級橢圓幾何參數(superellipse geometric parameter)， θ 為從凝結液起流點($x=0$)量起；而 r 為自超級橢圓形心量起至橢圓表面之距離，可表示成

$$r = \left[\left(\frac{\cos \theta}{a}\right)^n + \left(\frac{\sin \theta}{b}\right)^n \right]^{-\frac{1}{n}} \dots\dots\dots(2.2)$$

然後，在超級橢圓表面任一點 x 位置或 (r, θ) 位置作此橢圓的切線，那麼切線斜率，可由此切線與水平位置(或重力之垂線)兩者夾角 ϕ ，表示成：

$$\tan \phi = \left(\frac{a}{b}\right)^n (\tan \theta)^{(n-1)} \dots\dots\dots(2.3)$$

再由數學上橢圓的離心率的定義：

$$e \equiv \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \dots\dots\dots(2.4)$$

吾人可將(2.3)式改寫成

$$\tan \phi = (1 - e^2)^{-\frac{n}{2}} (\tan \theta)^{(n-1)} \dots\dots\dots(2.5)$$

以及(2.2)表示成

$$r = a \left[(\cos \theta)^n + \left(\frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - e^2}}\right)^n \right]^{-\frac{1}{n}} \dots\dots\dots(2.6)$$

至於，以橢圓離心率 e 與其切線水平方位 ϕ 表示的任二點(θ 與 $\theta + \theta$)間凝結液的流線微小弧長 dx ，可參考圖 2-1，寫成

$$dx = \frac{rd\theta}{\cos(\phi - \theta)} \dots\dots\dots(2.7)$$

將(2.5)代入(2.7)式，可得

$$dx = \frac{(r)(\sec \theta)\sqrt{1 + (1 - e^2)^{-n} \tan \theta^{-2+2n}}}{1 + (1 - e^2)^{-\frac{n}{2}} \tan \theta^n} d\theta \dots\dots\dots(2.8)$$

其次，為比較相等凝結面積下，或者單位軸長下的相等周圍弧長下，凝結熱傳效果，在此吾人定義超級橢圓管等效直徑如下：

$$D_e = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{(r)(\sec \theta)\sqrt{1 + (1 - e^2)^{-n} \tan \theta^{-2+2n}}}{1 + (1 - e^2)^{-\frac{n}{2}} \tan \theta^n} d\theta \dots\dots\dots(2.9)$$

最後，吾人亦可將凝結表面上任一點弧線位置 (r, θ) 處之曲率半徑，以如下超級橢圓極座標表示成：

$$R = \frac{r(1-e^2)^n \cos \theta \tan \theta^{-n} \left(1 + (1-e^2)^{-n} \tan \theta^{-2+2n}\right)^{\frac{3}{2}}}{(-1+n) \left((1-e^2)^{\frac{n}{2}} + \tan \theta^n \right)} \dots\dots\dots(2.10)$$

(二) 超級橢圓曲線極座標表示之表面張力

由於本文後面研究各種超級橢圓幾何參數對於凝結熱傳的引響時，均用到表面張力項，故基於引用之便，本節特將超級橢圓周圍弧線之曲率半徑變化所產生之表面張力項，提前在此推導。

大致而言，膜狀凝結問題中凝結液厚度通常遠小於凝結表面之曲率半徑，故吾人可忽略凝結液厚度，只以橢圓表面之曲率半徑變化表示其表面張力或壓力梯度。關於此點假設，在水平圓管外膜狀凝結問題，以由 Taghavi[18]證實過，對平均 Nusselt 參數影響甚小。所以，壓力梯度或表面張力可表為

$$-\frac{\partial P}{\partial x} = \pm \frac{\sigma}{R^2} \frac{\partial R}{\partial x} \dots\dots\dots(2.11)$$

其中，『+』為管外凝結；『-』為管內凝結。然後利用(2.5)及(2.10)等式，可將上式推導成如下：

$$-\frac{\partial P}{\partial x} = (\rho - \rho_v) Bo(\theta) \dots\dots\dots(2.12)$$

式中 $Bo = \text{Bond 參數} \equiv \frac{(\rho - \rho_v) g a^2}{\sigma} \dots\dots\dots(2.13)$

三、均勻等溫之水平超級橢圓壁外膜狀凝結熱傳

在管壁溫度為均勻定值下，Karimi[2]已證實具有直立長軸之水平橢圓管，其凝結熱傳係數大於水平圓管之凝結熱傳係數。但 Karimi 之分析過程忽略掉因表面曲率半徑變化所產生之表面張力效應，而後，水平圓管外自然對流膜狀凝結熱傳解析研究，包括指導教授 Yang 與成大講座教授 Chen[3,4,5,6,7,8]所貢獻；另外，Yang 與 Hu[9,10,11]對強制對流在水平圓管上膜狀凝結熱傳研究，皆加入表面張力的引響；實際上，超級橢圓之表面曲率半徑並非定值，故本文將表面張力作用納入考慮，做進一步之研究與探討。

(一) 物理模式與理論分析

考慮一具有直立長軸『2a』之水平超級橢圓，放置於靜止的飽和蒸汽中。假設管壁溫度 T_w 為均勻等溫且低於蒸汽飽和溫度 T_{sat} 時，將於橢圓壁上開始發生凝結，經過一特定時間後即可形成一層穩態層流膜狀凝結液，由於受到平行橢圓表面方向之重力分力與表面張力作用而往下流動。首先做下列基本假設：

(1) 流體性質為均勻定值並符合 Boussinesq's 假設。

- (2) 凝結液為穩態層流流動。
- (3) 液膜甚薄，遠小於曲率半徑，可視液膜內之溫度分佈為直線分佈，以及液膜厚度對表面張力影響可忽略。
- (4) 對於非常慢速或靜止蒸汽凝結問題，液-汽介面黏滯力可忽略。
- (5) 忽略液膜內慣性力作用。

根據上一章所建立之超級橢圓座標系，以及 x 向與 y 方向所對應之凝結液流速分量分別為 u 與 v。吾人可建立一穩定之膜狀凝結液流的邊界層統制方程式如下：

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots(3.1)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g(\rho_l - \rho_v) \text{Sin}\phi - \frac{\partial P}{\partial x} \dots\dots\dots(3.2)$$

$$\rho C_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \dots\dots\dots(3.3)$$

本文係研究非常慢速或靜止蒸汽之凝結，故符合 Nusselt 型之凝結理論假設，亦即假設條件(5)，可忽略凝結液的慣性與對流項。但由於本文特別加入考慮因表面曲率變化所產生之表面張力，即(2.13)式壓力梯度項，故動量與能量方程式可簡化如下：

$$\rho \left(\mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = -(\rho_l - \rho_v) g [\text{Sin}\phi + Bo(\theta)] \dots\dots\dots(3.4)$$

與

$$k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \dots\dots\dots(3.5)$$

同時，由假設條件(4)液-汽介面之黏滯阻力可忽略，那麼其邊界條件為：

$$y = 0 ; \quad u = v = 0 , \quad T = T_w(\theta) \dots\dots\dots(3.6)$$

與

$$y = \delta ; \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0 , \quad T = T_{sat} \dots\dots\dots(3.7)$$

因此，根據以上控制方程式與邊界條件解得速度分佈與溫度分佈為：

$$u = \frac{(\rho_l - \rho_v)}{\mu} g \delta^2 [\text{Sin}\phi + Bo(\theta)] \left[\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 \right] \dots\dots\dots(3.8)$$

與

$$T = \overline{\Delta T} \cdot \frac{y}{\delta} + T_w \dots\dots\dots(3.9)$$

然後利用所獲得速度分佈(3.8)式，吾人可推導出單位長下之局部凝結液質量流率為：

$$\dot{m} = (\rho_l - \rho_v) \frac{g\delta^3}{3\mu} [\sin\phi + Bo(\theta)] \dots\dots\dots(3.10)$$

接著在 x 與 $x+dx$ 間凝結液取一能量平衡，可得：

$$h'_{fg} \frac{d\dot{m}}{dx} = k \frac{dT}{dy} = k \frac{T_{sat} - T_w}{\delta} \dots\dots\dots(3.11)$$

其中， $h'_{fg} = h_{fg} (1 + 0.68C_p \Delta T / h_{fg})$ 係 Rohsenow[12]所建立次冷效應所修正之有效凝結潛熱。將 \dot{m} 代入(3.11)式，可得：

$$\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)}{3\mu} gh'_{fg} \frac{d}{dx} \{\delta^3 [\sin\phi + Bo(\theta)]\} = \frac{k}{\delta} \overline{\Delta T} \dots\dots\dots(3.12)$$

欲求解上式可由(2.7)式將其表示成極座標函數形式如下：

$$\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)}{3\mu} gh'_{fg} \frac{d}{d\theta} \left\{ \frac{\cos(\phi - \theta)}{r} \delta^3 [\sin\phi + Bo(\theta)] \right\} = \frac{k}{\delta} \overline{\Delta T} \dots\dots\dots(3.13)$$

再由上式利用變數變換與分離，即可積分得到局部凝結液厚度為：

$$\delta^* = \delta \left[\frac{D_e k \mu \overline{\Delta T}}{gh'_{fg} \rho_l (\rho_l - \rho_v)} \right]^{-1/4} \dots\dots\dots(3.14)$$

$$\delta^* = [\sin\phi + Bo(\theta)]^{-1/3} \left[4 \frac{r}{\cos(\phi - \theta)} (\sin\phi + Bo(\theta))^{1/3} d\theta \right]^{1/4} De^{-1/4} \dots\dots\dots(3.15)$$

其中

$$\sin\phi = [1 + (1 - e^2)^n \tan^2 \theta^{2-2n}]^{0.5} \dots\dots\dots(3.16)$$

$$r = a \left[(\cos\theta)^n + \left(\frac{\sin\theta}{\sqrt{1 - e^2}} \right)^n \right]^{-1/n} \dots\dots\dots(3.17)$$

$$\frac{1}{\cos(\phi - \theta)} = \frac{(\sec\theta) \left(\sqrt{1 + (1 - e^2)^{-n} \tan^2 \theta^{-2+2n}} \right)}{1 + (1 - e^2)^{-n/2} \tan \theta^n} \dots\dots\dots(3.18)$$

$$D_e = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{(r)(\sec \theta) \sqrt{1 + (1 - e^2)^{-n} \tan^2 \theta^{-2+2n}}}{1 + (1 - e^2)^{\frac{-n}{2}} \tan^2 \theta^n} d\theta \dots\dots\dots (3.19)$$

其次，吾人可將局部熱傳率，依 Nusselt 理論定義為：

$$q = k \frac{\Delta T}{\delta} \dots\dots\dots (3.20)$$

然後配合(3.14)式，將上式化成如下之無因次形式：

$$q^* = q \left[\frac{D_e \overline{\mu \Delta T}^{-3}}{k^3 g h'_{fg} \rho_l (\rho_l - \rho_v)} \right]^{1/4} \dots\dots\dots (3.21)$$

通常在解析凝結熱傳特性時，比較喜歡用局部對流熱傳係數以闡述該解析模型結果之好壞，亦即使用局部 Nusselt 參數：

$$Nu = \frac{h D_e}{k} = [Ra / Ja]^{1/4} [1 / \delta^*] \dots\dots\dots (3.22)$$

其中，

$$Ra \equiv \rho_l (\rho_l - \rho_v) g P_r D_e^3 / \mu^2 \dots\dots\dots (3.23)$$

$$Ja \equiv C_p \overline{\Delta T} / h'_{fg} \dots\dots\dots (3.24)$$

下一步，求解平均熱傳係數。首先，將(3.10)式代入(3.11)式消掉 δ ，即可得到下式：

$$\dot{m}^{1/3} d\dot{m} = \frac{k \overline{\Delta T}}{h'_{fg}} \left[\frac{\rho_l (\rho_l - \rho_v) g}{3\mu} \right]^{1/3} \left[\frac{r}{\cos(\phi - \theta)} (\sin \phi + Bo(\theta))^{1/3} d\theta \right]^3 \dots\dots\dots (3.25)$$

將上式積分至凝結液尾端之角度 θ_c ，即可獲得如下壁面表面上凝結液質量流率：

$$\dot{m} = \left[\frac{64 \rho_l (\rho_l - \rho_v) g k^3 \overline{\Delta T}^3}{81 \mu h'_{fg}} \right]^{1/4} \left[\int_0^{\theta_c} \frac{r}{\cos(\phi - \theta)} (\sin \phi + Bo(\theta))^{1/3} d\theta \right]^{3/4} \dots\dots\dots (3.26)$$

再由單位軸向長度下壁面上之凝結液取能量平衡如下：

$$2 \dot{m} h'_{fg} = \bar{h} (\pi D_e) \overline{\Delta T} \dots\dots\dots (3.27)$$

將(3.25)式代入上式，吾人因而獲得平均熱傳係數為：

$$\bar{h} D_e = \left(\frac{1024}{81 \pi^4} \right)^{1/4} \left[\frac{h'_{fg} \rho_l (\rho_l - \rho_v) g k^3}{\mu \overline{\Delta T}} \right]^{1/4} \left[\int_0^{\theta_c} \frac{r}{\cos(\phi - \theta)} (\sin \phi + Bo(\theta))^{1/3} d\theta \right]^{3/4} \dots\dots\dots (3.28)$$

最後獲得總平均之 Nusselt 參數之結果如下：

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{hD}_e}{k} = \left(\frac{1024}{81\pi^4}\right)^{1/4} \left(\frac{Ra}{Ja}\right)^{1/4} S_f \dots\dots\dots(3.29)$$

其中

$$S_f = \left[\int_0^{\phi_c} \frac{r}{\cos(\phi - \theta)} (\sin \phi + Bo(\theta))^{1/3} d\theta \right]^{3/4} \left/ \left[\frac{2}{\pi} \int_0^{\theta_c} \frac{(r)(\sec \theta) \sqrt{1 + (1 - e^2)^{-n} \tan^2 \theta^{-2+2n}}}{1 + (1 - e^2)^{-n} \tan^2 \theta^n} d\theta \right] \right. \dots\dots\dots(3.30)$$

所以，對任意離心率 e 與超級橢圓幾何參數 n 之壁面，只要 Bond 數已知，即可直接積分 S_f 再代入平均凝結熱傳係數以獲得平均 Nusselt 數。

首先應用於圓管之特例，將 $e = 0$ ， $n = 2$ 代入(3.30)式之 S_f 中即可獲得與 Memory 與 Rose[13]一致的平均熱傳係數。若壁面溫度假設為均勻分佈，則本文所獲得(3.29)式結果，又可簡化成

$$\overline{Nu} = 0.728 \left(\frac{Ra}{Ja}\right)^{1/4} \dots\dots\dots(3.31)$$

四、 結果與討論

本文所探討之超級橢圓外型可由圖(3.3.1)表示，隨著超級橢圓幾何參數 n 值 (superellipse geometric parameter) 增加，越接近矩形，其中 a 為橢圓的長軸， b 為橢圓的短軸；首先由(3.15)式取一般橢圓 $n = 2$ 所對應超級橢圓座標角度 θ 所表示的膜狀凝結液厚度分佈變化特性，顯示於圖(3.3.2 及 3.3.3 及 3.3.4)。由圖(3.3.2)可發現，在橢圓率 $e = 0$ 與 $e = 1$ 的凝結液厚度沿流線分佈發現與 Nusselt 及 Yang 結果一致。尤其可檢視趨近垂直平板($e \rightarrow 1$)之頂端($\theta = 0$)，發現其凝結液厚度亦趨近零。至於圖(3.3.3 及 3.3.4)顯示表面張力之效應。由圖中可看出由於曲率半徑的變化，當表面張力 > 0 時，有助於拉拔凝結液膜更貼近管壁，進而促使凝結液加速往下流，由圖中可發現在接近 $\theta = 0$ 前緣，具表面張力作用者比沒有者更薄。因此由圖(3.3.5)的平均 Nu 圖中，可發現不但橢圓率 e 值越大，對於熱傳效果越好，在表面張力增加的情形下，熱傳效果也會上升。為證明本研究的正確性，所以將幾何參數設定為一般橢圓 ($n = 2$)，且對方程式(3.29)式從 0π 積分到 1π ，其結果如圖(3.3.6)，圖中為特例橢圓管的平均 Nu 值，可看到當 $e = 0$ (圓管) $l/Bo = 0$ 時，可驗證 Memory 與 Rose 的結果，而整體趨勢也與 Yang 的結果吻合。在者，搭配圖(3.3.1)的幾何外型圖，取 $n = 1$ (三角形)做凝結液分析，由圖(3.3.7 及 3.3.8)的局部熱傳效果可發現一有趣現象。由於局部熱傳值恰與凝結液厚度成反比，發現不同的表面張力項 Bo 值並不影響凝結液的分佈，在不同 e 值下，圖(3.3.7)及圖(3.3.8)為相同數值，且不同橢圓率下影響不大。而在圖(3.3.9)平均 Nu 值中，可看到無論在各種不同表面張力的情況下，數值並不會

改變。此現象驗證表面張力的基本定義，由於 $n=1$ 時為一階的方程式，因此曲率半徑皆無改變，使得表面張力項皆為零，所以在任何的 Bo 值下，皆不改變凝結液的厚度分佈。

當超級橢圓幾何參數改變成 $n=1.5$ 時，曲率半徑的變化在對應的每一角度中已非定值，從圖(3.3.10 及 3.3.11)中可看出不同橢圓率 e 值所對應的局部熱傳效果，在某些角度下如 $\theta < 0.1\pi$ ，局部熱傳效果為橢圓率 e 越大越好，而當 $\theta > 0.4\pi$ 時， e 值反而越小越好，這是由於曲率半徑的變化，使得凝結液在每一角度的流速不同，造成厚度在某些角度厚度較薄，而有些位置累積的厚度較厚，也直接影響局部熱傳效果分佈；而在不同表面張力的影響下，厚度已有些許的改變，在圖中發現當超級橢圓幾何參數取 $n=1.5$ 時尚趨於直線，所以表面張力影響並不大。而由圖(3.3.12)中可發現，雖然每一橢圓率 e 值所對應的局部 Nu 值並不相同，但平均的 Nu 值在橢圓率及表面張力效應越高，對整體的熱傳效果越好。當超級橢圓幾何參數取 $n=2.5$ 時，壁面已開始趨向方形，由幾何外型圖(3.3.1)中，可看到 θ 在起始處及末端處屬於較平直的外型，因此在 $\theta = 0$ 處，厚度累積較大，從圖(3.3.13 及 3.3.14)可看到剛開始的熱傳效果較差，而隨著角度增加，曲率半徑變化劇增，使得局部 Nu 值開始增加；但角度到了尾端時，曲率半徑的變化又趨於平緩，使得局部 Nu 值開始減小，由圖中可看到在橢圓率 e 值越大時，曲線的變化較激烈，這是由於本研究中，各點的變化是以極座標 θ 來表示，當 e 值較大時， θ 值越小所涵蓋的弧長越大，因此圖中曲線變化也較激烈。而從圖(3.3.15)可看出，平均熱傳效果在橢圓率 e 值越大越好，且當 $n=2.5$ 時表面張力拉拔凝結液厚度的效果較明顯， $1/Bo$ 值越大，對於熱傳效果越好。當 $n=3$ 時，由圖(3.3.16)平均 Nu 值中，可發現橢圓率 e 值越大時，相對的熱傳效果越好，而表面張力的影響對橢圓率越小時，影響越大。而超級橢圓幾何參數 $n=3.5$ 時，對於熱傳效果的影響，與 $n=3$ 時相似，但平均 Nu 值較小於 $n=3$ 的幾何形狀，如圖(3.3.17)。在 $n=4$ 時，對應圖(3.3.1)可知，幾何已相當接近矩形，因此由圖(3.3.18 及 3.3.19)可看出 θ 在起始時所對應的局部 Nu 值很低，這是因為剛開始的壁面趨於水平，因此凝結液相當大；而隨著 θ 值增加，曲率變化漸大，凝結液流速較快，使得凝結液厚度越來越薄，所以局部熱傳效果漸增，而當 θ 過了轉角處後，曲率變化漸趨平緩，使得局部 Nu 值隨角度 θ 增加而減小，熱傳效果漸差，而由圖中可看出 $n=4$ 時表面張力的影響較不明顯。由圖(3.3.20)可看出當橢圓率 e 值越大，所對應的平均 Nu 值越好，而表面張力對於橢圓率 e 值越大，影響越小。

最後由圖(3.3.21)的局部凝結液厚度圖中，當長軸=短軸($a=b$)及無表面張力影響下，不同的超級橢圓幾何參數所對應的厚度趨勢並不相同，當 $n < 2$ 時，厚度從最小開始，隨著 θ 值增加厚度也隨著增加，到了 $\theta \rightarrow 0.5\pi$ 時，有一小段下降，這是因為此處的曲率變化較大使得流速增加，相對厚度減小；而當 $n > 2$ 後，厚度是從最厚處，隨著 θ 值增加而減少，而 θ 過了 0.25π 後，流速漸慢，相對厚度增加。因此，由圖(3.3.22)可看出，不同的超級橢圓幾何外型，局部的熱傳效果也不相同，當 $n < 2$ 時，熱傳效果隨著 θ 增加而減小；而 $n > 2$ 時隨著 θ 增加，熱傳效果越好，但 $\theta > 0.25\pi$ 後，熱傳效果開始下降。由圖(3.3.23)中發現，將(3.29)式從 0π 積分到 0.5π 時，超級橢圓幾何參數 n 值為越小，熱傳效果越好；而在 e 值越大時，平均 Nu 值差距越小因此發現不同的超級橢圓幾何參數下，橢圓率 e 值取越大，對於熱傳效果越好。

五、結論

(一) 綜合討論

本文採用超級橢圓幾何參數及橢圓離心率定義來描述各種軸對稱幾何形狀，從收縮菱形(pinched diamond)到菱形(diamond)到圓形(circular)到方形(rectangle)之幾何特性，運用超級橢圓極座標及 Yang 建立的橢圓座標系統，以對此等幾何形狀之膜狀凝結熱傳特性，作一統合之系統性分析。鑒於 Nusselt-Rohsenow 型態凝結理論未曾考慮表面曲率半徑變化所引起的表面張力對熱傳遞之影響，因此本文特別以超級橢圓座標系表示，加以探討。不但可改善 Nusselt-Rohsenow 型態凝結理論之假定缺失，同時亦擁有該理論所具有特色，即獲得以熱傳過程參數所表示之平均熱傳係數的積分函數形式，使應用與分析簡化。

對於『不同截面形狀之超級橢圓膜狀凝結熱傳研究』，將各種幾何形狀分析之結果，綜合作如下之結語：

(1) 共同類似結論

- (i) 證實具直立長軸之超級橢圓表面凝結熱傳性能優於一般圓形表面。
- (ii) 水平超級橢圓壁上，包括三角形、一般橢圓、矩形等各種幾何外型，對於膜狀凝結的平均熱傳係數均隨離心率增加而遞增。
- (iii) 均鑒於 Nusselt-Rohsenow 凝結模式係以重力為主要有效作用造成流動力之缺失，必須輔以另一表面曲率半徑變化所引起流動之表面張力，方可避免些微高估平均熱傳係數。
- (iv) 表面張力效應對局部凝結液厚度分佈與局部熱傳係數值均有影響，尤其在曲率半徑變化較大處，影響更為顯著。
- (v) 表面張力效應對各種超級橢圓幾何參數的平均熱傳係數影響，會隨著橢圓率的增加而降低。
- (vi) 超級橢圓幾何參數(n 值)對於平均熱傳係數有重大的影響，幾何參數越小，對整體熱傳效果越好。

(2) 各種情形下之特性結論

- (i) 水平超級橢圓壁面，具重力方向為直立長軸者，其離心率越高，則凝結液膜分離位置越往重力方向移動並使得凝結液更薄。
- (ii) 離心率越高之超級橢圓其平均層流凝結熱傳係數高於一般圓管，且隨著離心率愈趨於 1.0，則提升效果愈加明顯。
- (iii) 超級橢圓幾何參數(n 值)的改變，對於凝結液的分佈有不同的結果，當 $n < 2$ 時，厚度從最小開始，隨著角度值增加厚度也隨著增加；而當 $n > 2$ 後，厚度是從最厚處，隨著角度增加而減少，而到達一峰值後，隨著角度增加而增加。
- (iv) 表面張力的作用在每一種幾何外型的影響不盡相同，由於曲率半徑的變化直接影響到表面張力的大小，因此本研究發現在一般橢圓($n = 2$)時，表面張力對於熱傳效果最明顯。

(二) 未來研究方向與建議

由於本文係只針對大量靜止飽和(或過熱亦可)蒸汽或流速相當小的蒸汽，遭遇溼冷表面之自然凝結熱傳研究。故仍保留 Nusselt-Rohsenow 凝結理論內，兩項假定缺失—假設液汽介面不具黏滯阻力與忽略液膜內慣性力作用。然而，若考慮改善此二缺失，再加上本文所考慮的表面曲率半徑所引起的表面張力效應，將無法直接獲得以無因次熱傳過程參數所表示之積分函數型態之解，也就是說必須採用數值分析法。目前已有許多文獻利用數值分析法改善此兩缺失，但不計入表面張力效應。然而，為了增加熱傳分析之可靠度，往後實有必要做實驗量測實際表面溫度，以獲得真正的 $T_w(\theta)$ 或 $T_w(\phi)$ 溫度值。

在者，由於超級橢圓方程式的高階性質，目前大多使用在電腦的圖形顯示上，而尚無發現使用在熱傳理論的分析上；在本研究發現，超級橢圓方程式可模擬各種軸對稱幾何外型，可大大的簡化過去一些複雜的幾何方程式；只是在數值的計算上，對於某些超級橢圓幾何參數尚有限制(如分母為零時)。因此鑒於以上優缺點，未來可行研究主題，建議如下：

- (1) 加入凝結液膜之對流項、慣性力、表面張力及流動之壓力梯度影響，更進一步討論對紊流膜狀凝結熱傳係數的影響。
- (2) 加入其他主動式熱傳外力影響(如：電磁力場、機械力等)或探討各類的管壁材質(如：多孔隙材質)。
- (3) 反向操作並加入輻射效應探討蒸發沸騰等相關議題。
- (4) 對於分母為零、根號內部為負值等數值問題，尋找一套數值轉換的方法。
- (5) 由於使用超級橢圓極座標來表示各點位置的熱傳效果，因此在圖形的表示上，無法使角度與弧長做均勻的等分，因此期望發展出一特別座標系，可使每段弧長的增量一致，以對結果的表示上更為完整。
- (6) 改變成散熱鰭片相關理論的邊界條件，探討將超級橢圓應用於散熱鰭片上的熱傳效果研究，以改善目前傳統散熱技術的瓶頸。

綜合上述建議，同時有理論與實驗相關延伸議題，相信可以對未來有志從事於此領域鑽研的學者做更深入探討，而依照此文多樣的無因次研究參數研究，亦可提供相關工程實驗人員，實驗數據上的比較。

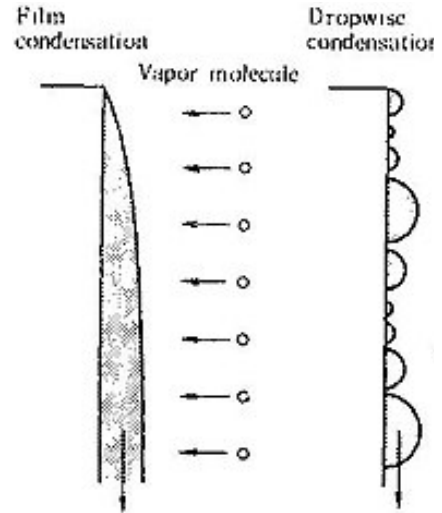
誌謝

本專題研究承國科會計畫編號:94-2212-E-151-020 經費補助完成，特表感謝。

參考文獻

1. Yang, S. A. and Chen, C. K., 1993, "Filmwise condensation on Non- isothermal Horizontal Elliptical Tube with Surface tension," *AIAA J. of Thermophysics & Heat Transfer*, Vol.7, No.4, pp.729-732.
2. Karimi, A. "Laminar film condensation on helical reflux condensers and related

- configurations," *Int. J. Heat and Mass Transfer* 20, 1137-1144- (1977).
3. Yang, Sheng-An and Chen, C.K., 1993,"Role of Surface Tension and Ellipticity in Laminar Film Condensation on Horizontal Elliptical Tube," *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol.36, No.12, pp.3135-3141.
 4. Yang, Sheng-An and Chen, C.K., 1993,"Effects of Surface Tension and Nonisothermal Wall Temperature Variation upon Filmwise Condensation on Vertical Ellipsoids/sphere," *Proc. Royal Society Lond, A*: 442, pp.301-312.
 5. Yang, S. A. and Chen, C. K., 1993,"Transient film condensation on a horizontal elliptical tube," *J. Phys-D*, Vol.26, pp.793-797.
 6. Yang, S.A. and Chen C.K., 1994,"Laminar Film Condensation on a Horizontal Elliptical Tube with Variable Wall Temperature," *ASME J. Heat Transfer*, Vol.116, pp.1046-1049.
 7. Chiou, J. S.; Yang, S. A. and Chen, C. K., 1994,"Laminar film Condensation inside a Horizontal Elliptical Tube," *Applied Math. Modeling*, Vol.18, pp.340-346.
 8. Chen, C. K. and Yang, S. A., 1994,"Laminar Film condensation inside a Horizontal Elliptical Tube with Variable wall Temperature," *Int. J. Heat & Fluid Flow*, Vol.15, No.1, pp.75-78.
 9. Yang, S. A. and Hsu, C. H., 1997,"Free and Forced Convection Film Condensation form a Horizontal Elliptical Tube with a Vertical Plate and Horizontal Tube as Special Cases," *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol.18, pp.567-574.
 10. Yang, S. A., and Hsu, C. H., 1999, "Mixed-Convection Film Condensation on a Horizontal Elliptical Tube with Variable Wall Temperature," *J. of the CSME*, Vol.20, No.4, pp.373-384.
 11. Yang, S. A. and Hsu, C. H., "Mixed-convection Film Condensation on a Horizontal Elliptical Tube with Uniform Surface Heat Flux," *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol.32, 1997, pp.85-95.
 12. Rohsenow, W. M., "Heat transfer and temperature distribution in laminar film condensation," *Trans ASME* 78, 1645-1648(1956).
 13. Memory, S. B. and Rose, J. W., 1991, "Free convection laminar film condensation on a horizontal tube with variable wall temperature," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.34, pp.2775-2778.



圖(一)凝結現象示意圖

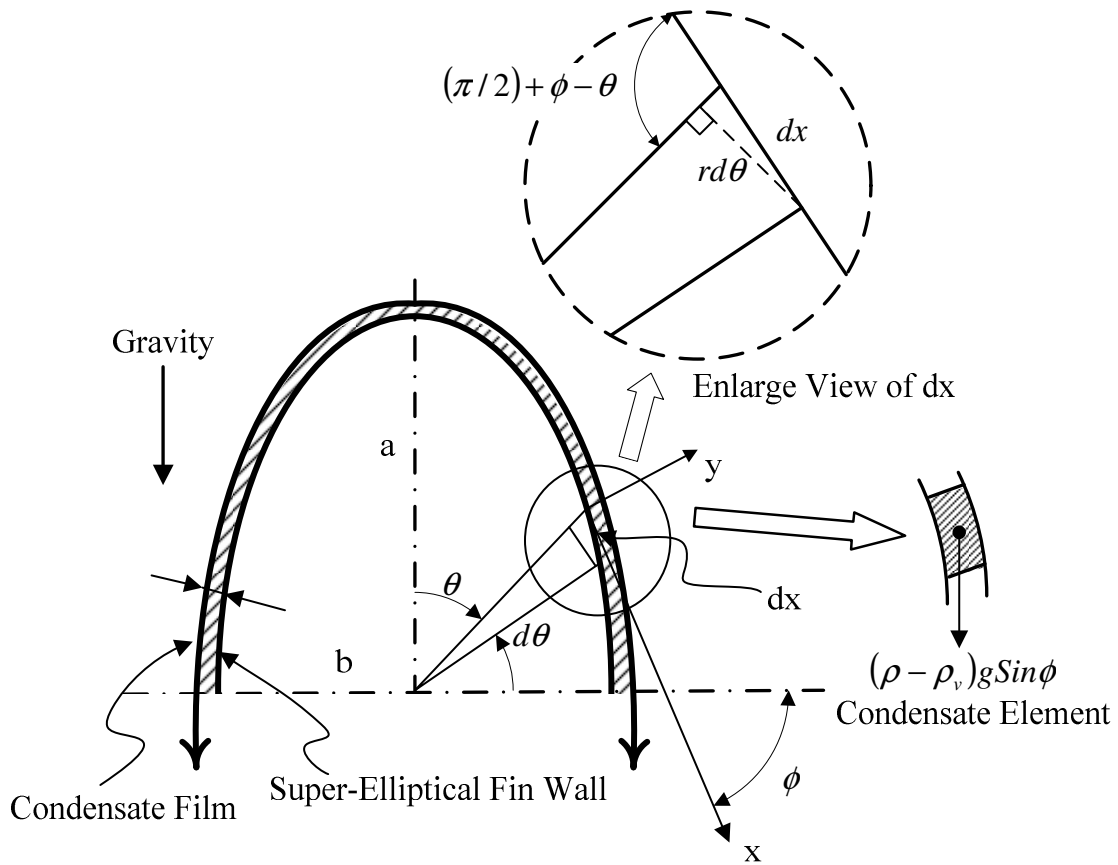
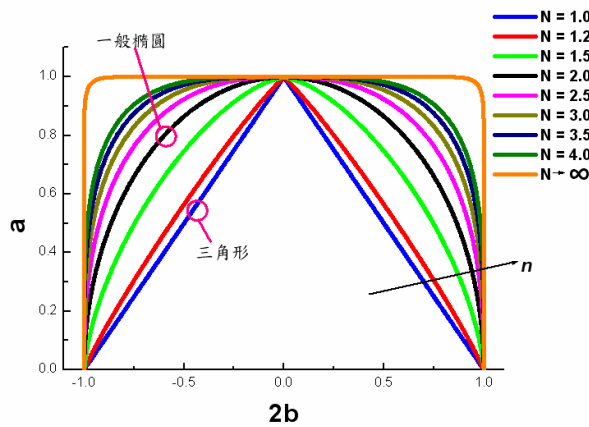
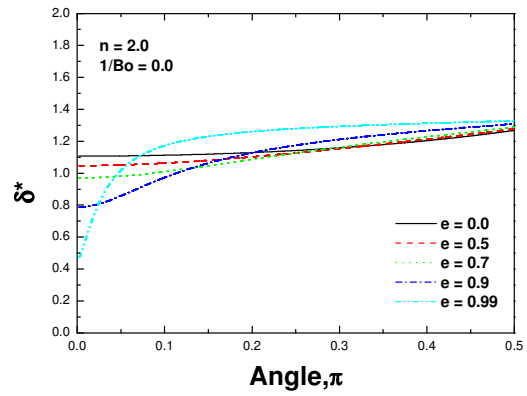


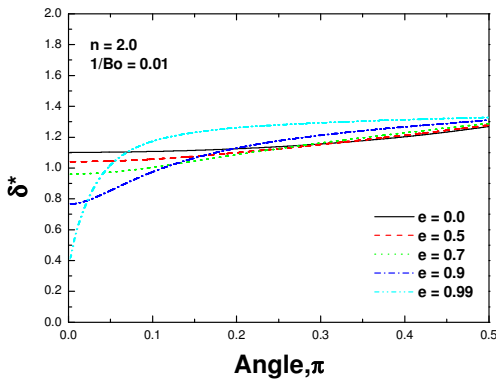
圖2-1物理模式與超級橢圓座標示意圖



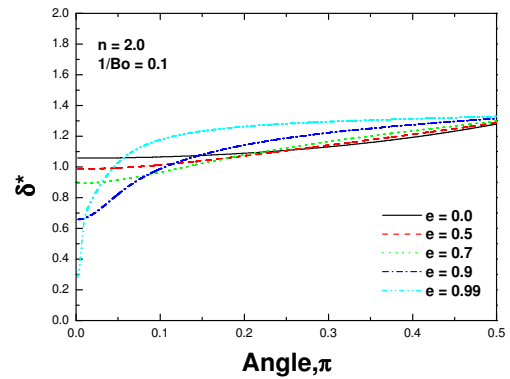
圖(3.3.1)不同超級橢圓幾何參數外型圖



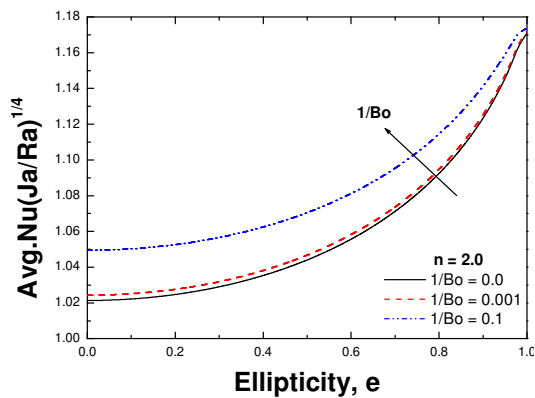
圖(3.3.2)無表面張力在不同橢圓離心率對外型壁上局部凝結液厚度分佈影響



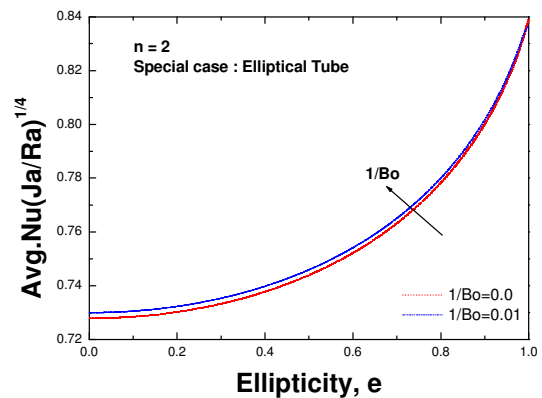
圖(3.3.3)表面張力影響下不同橢圓離心率對外型壁上局部凝結液厚度分佈影響



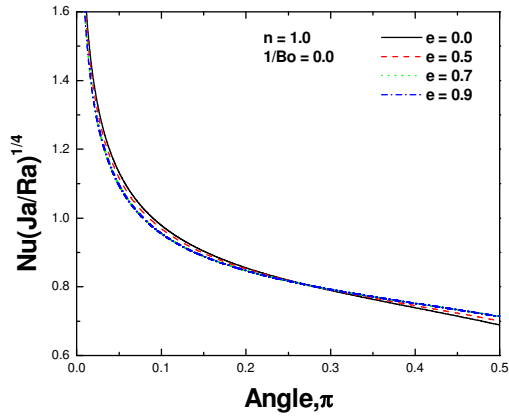
圖(3.3.4)表面張力影響下不同橢圓離心率對外型壁上局部凝結液厚度分佈影響



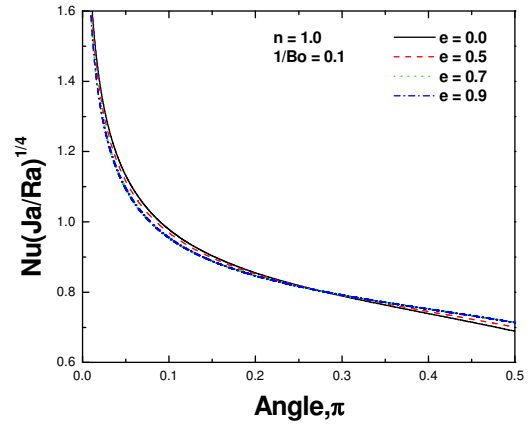
圖(3.3.5)表面張力影響下不同橢圓離心率對外型壁上平均熱傳效果分佈影響



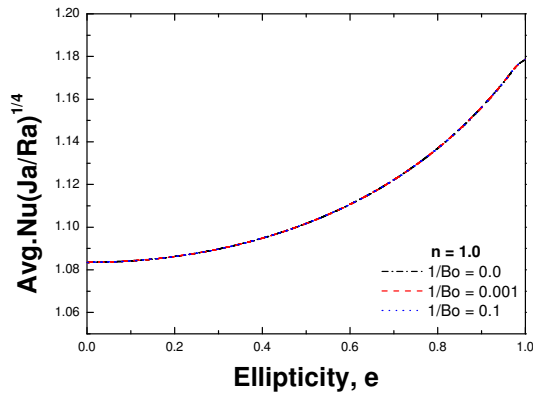
圖(3.3.6)表面張力影響下不同橢圓離心率對橢圓管上平均熱傳效果影響



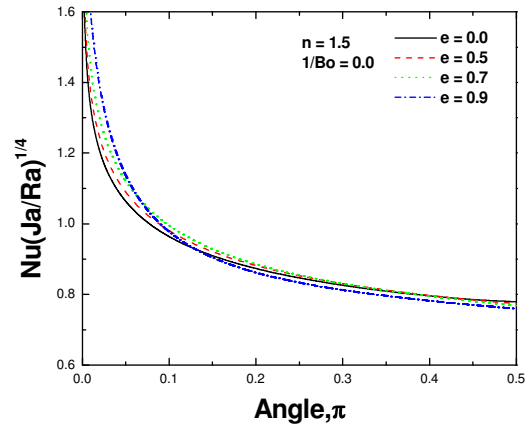
圖(3.3.7) 無表面張力在不同橢圓離心率對外型壁面上局部熱傳效果分佈影響



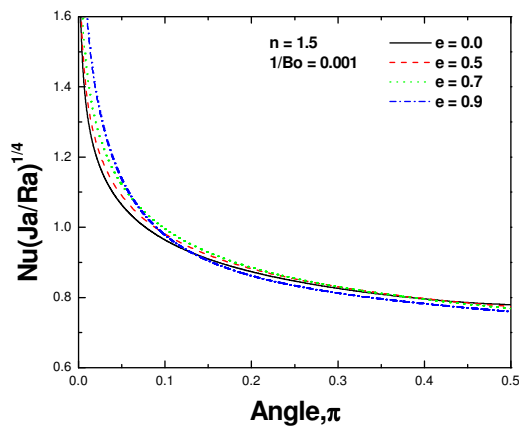
圖(3.3.8) 表面張力影響下不同橢圓離心率對外型壁面上局部熱傳效果分佈影響



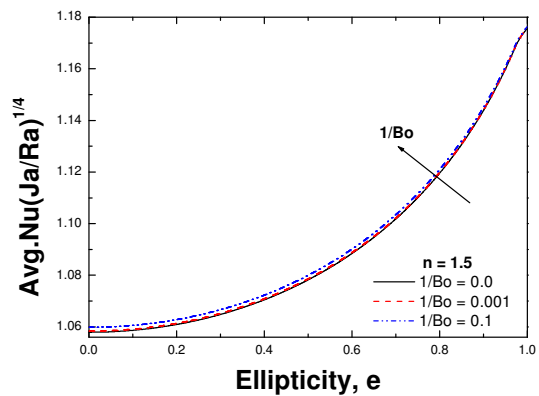
圖(3.3.9) 表面張力影響下不同橢圓離心率對外型壁面上平均熱傳效果影響



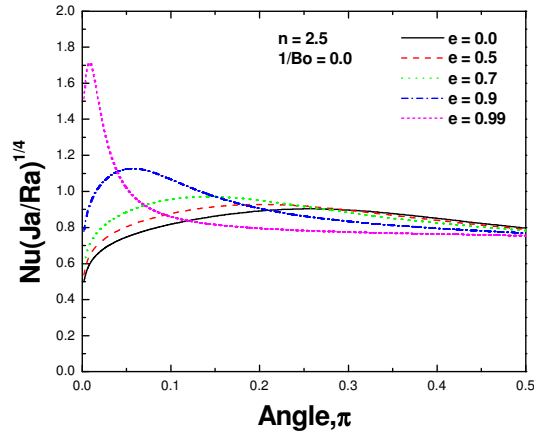
圖(3.3.10) 無表面張力在不同橢圓離心率對外型壁面上局部熱傳效果分佈影響



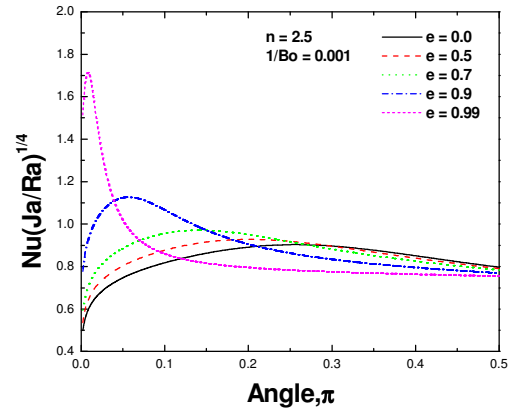
圖(3.3.11) 表面張力影響下不同橢圓離心率對外型壁面上局部熱傳效果分佈影響



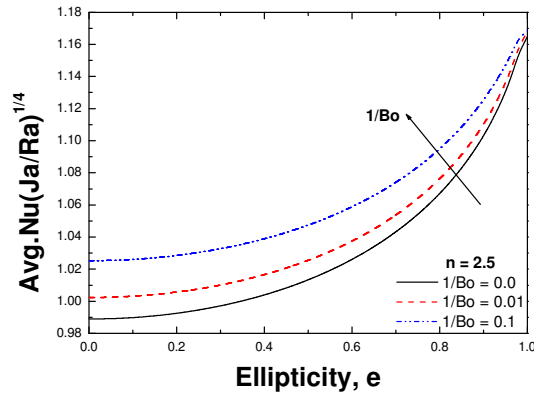
圖(3.3.12) 表面張力影響下不同橢圓離心率對外型壁面上平均熱傳效果影響



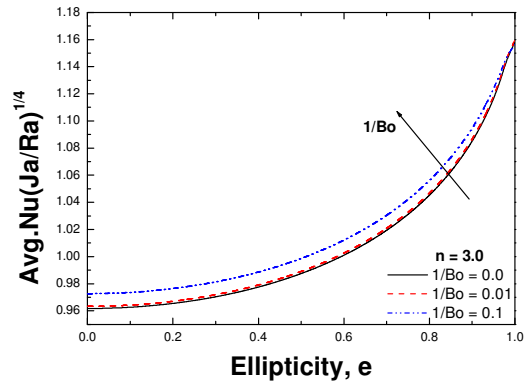
圖(3.3.13) 無表面張力在不同橢圓離心率對外型壁面上局部熱傳效果分佈影響



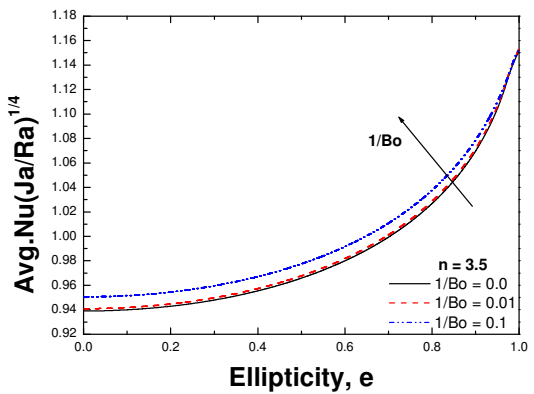
圖(3.3.14) 表面張力影響下不同橢圓離心率對外型壁面上局部熱傳效果分佈影響



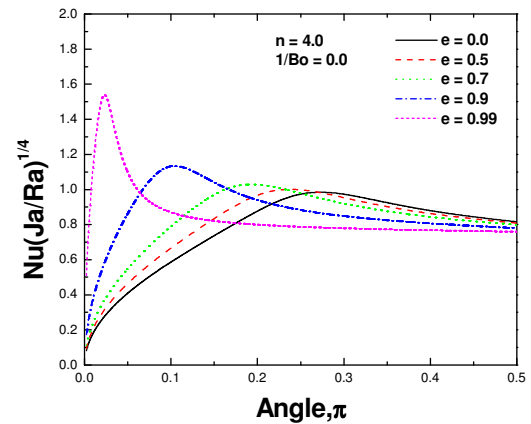
圖(3.3.15) 表面張力影響下不同橢圓離心率對外型壁面上平均熱傳效果分佈影響



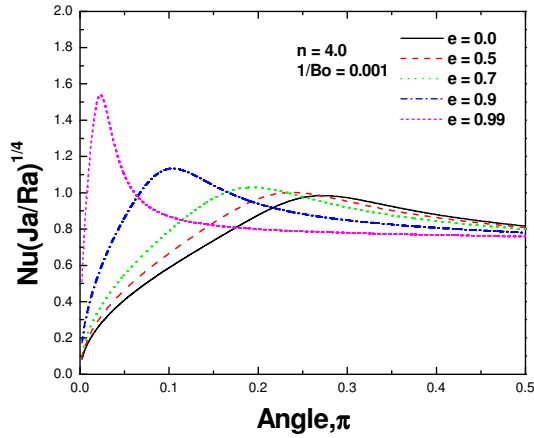
圖(3.3.16) 表面張力影響下不同橢圓離心率對外型壁面上平均熱傳效果分佈影響



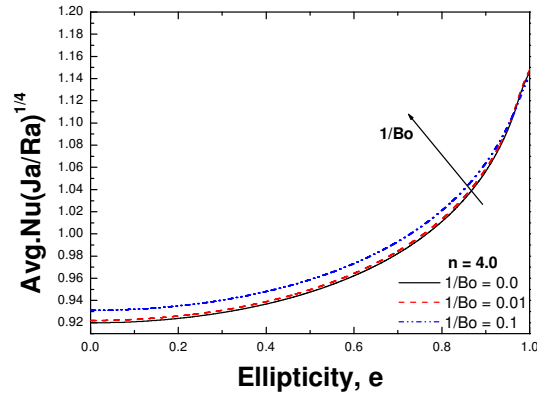
圖(3.3.17) 表面張力影響下不同橢圓離心率對外型壁面上平均熱傳效果分佈影響



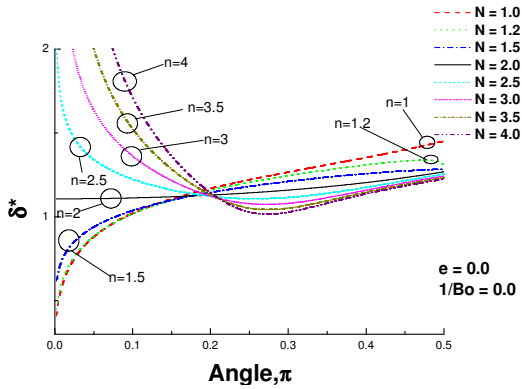
圖(3.3.18) 無表面張力在不同橢圓離心率對外型壁面上局部熱傳效果分佈影響



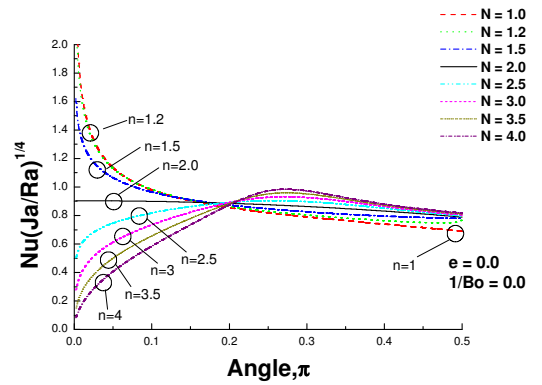
圖(3.3.19) 表面張力影響下不同橢圓離心率對外型壁面上局部熱傳效果分佈影響



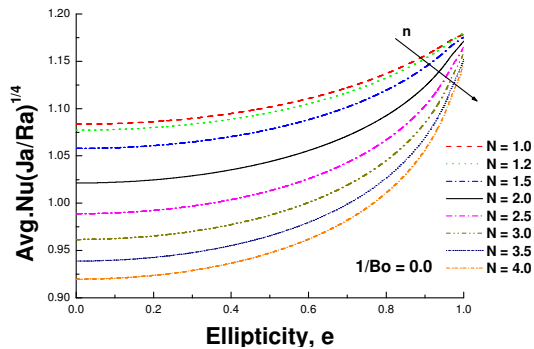
圖(3.3.20) 表面張力影響下不同橢圓離心率對外型壁面上平均熱傳效果分佈影響



圖(3.3.21) 無表面張力在不同超級橢圓幾何參數壁面上局部凝結液厚度分佈影響



圖(3.3.22) 無表面張力在不同超級橢圓幾何參數壁面上局部熱傳效果分佈影響



圖(3.3.23) 無表面張力在不同超級橢圓幾何參數壁面上平均熱傳效果影響