

2013 年全國中學生力學競賽初賽考題

一、 單選題 (共 76 分)，計 16 題，答錯或未答者給 0 分，不倒扣，請將適當的答案填入本競賽所發給的答案卡內

1. (5 分) 如右圖所示，一行李袋在斜面上由 A 點

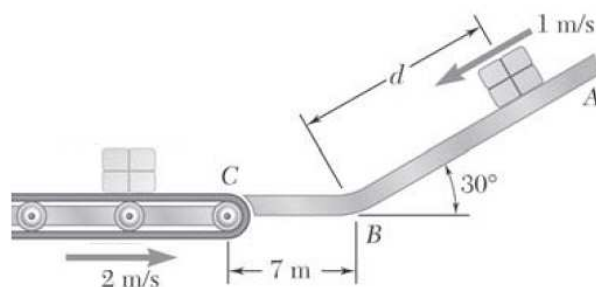
以初速 1 m/s 下滑，行李袋沿著 ABC 路徑下滑

後進入一以 2 m/s 等速運行的水平履帶上。已

知 $d = 7.5$ m，行李袋與所有接觸面之間的動摩

擦係數為 0.25；則在行李袋相對靜止於履帶上之前，在履帶上所滑行的距離約為多少？

(A) 0.893 m (B) 1.564 m (C) 2.117 m (D) 2.354 m (E) 3.311 m



參考答案：(A)。

【解】：

設行李袋在履帶上所滑行的距離為 L ，行李袋質量為 m 。

則根據功—能原理，可知：

$$m \times 9.81 \times 7.5 \times \sin 30^\circ - m \times 9.81 \times \cos 30^\circ \times 0.25 \times 7.5 - m \times 9.81 \times 0.25 \times 7 - m \times 9.81 \times 0.25 \times L = \frac{1}{2} \times m \times 2^2 - \frac{1}{2} \times m \times 1^2$$

解得： $L = 0.893$ m。

2. (4分) 兩個質量分別為 m_A 及 m_B 的 A 、 B 小球相距 r ，請問由於兩球相互之萬有引力作用下 B 球相對於 A 球之加速度大小為多少？（設 G 為萬有引力常數）

(A) $G \frac{m_A m_B}{r^2}$ (B) $G \frac{m_A}{m_B r^2}$ (C) $G \frac{m_A - m_B}{r}$ (D) $G \frac{m_A - m_B}{r^2}$ (E) $G \frac{m_A + m_B}{r^2}$

參考答案：(E)。

【解】：

Two masses m_A and m_B are placed at a distance r from one another. Because of their mutual gravitational attraction, the magnitude of acceleration of sphere B as seen from sphere A is given by

(A) $G \frac{m_A m_B}{r^2}$ (B) $G \frac{m_A}{m_B r^2}$ (C) $G \frac{m_A - m_B}{r}$ (D) $G \frac{m_A - m_B}{r^2}$ (E) $G \frac{m_A + m_B}{r^2}$

The force of gravity is specified by Newton's Universal Law of Gravitation as

$$F_g = G \frac{m_A m_B}{r_{B/A}^2}. \quad (3)$$

The acceleration of B as seen by A is

$$a_{B/A} = \ddot{r}_{B/A} = \ddot{r}_B - \ddot{r}_A. \quad (4)$$

Now, substituting Eqs. (3) and (4) into Eqs. (1) and (2), we find

$$G \frac{m_A m_B}{r^2} = m_A \ddot{r}_A, \quad (5)$$

$$-G \frac{m_A m_B}{r^2} = m_B \ddot{r}_B. \quad (6)$$

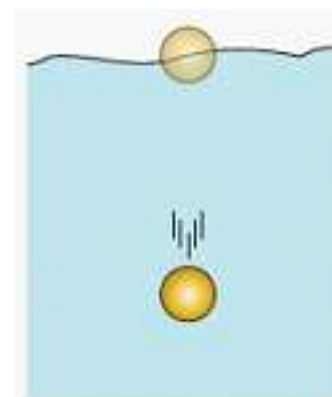
We have replaced the distance between the particles, $r_{B/A}$, with r for convenience. Solving for the acceleration of each point, we find

$$\ddot{r}_A = G \frac{m_B}{r^2}, \quad \text{and} \quad \ddot{r}_B = -G \frac{m_A}{r^2}. \quad (7)$$

Substituting the accelerations of each point into Eq. (4), we find

$$\ddot{r}_{B/A} = -G \left(\frac{m_A + m_B}{r^2} \right). \quad (8)$$

3. (5 分) 一質量 $m = 0.15 \text{ kg}$ 的金屬球自液體表面由靜止下沉，其下沉速度因重力加速度的關係會逐漸增大，並由於流體阻力的關係，最後將達到終端速度而保持等速下沉。已知球在液體中所受的阻力大小為 $C_d v$ ，其中 $C_d = 2.1 \text{ kg/s}$ 為阻力係數、 v 為球速。請問此球從開始釋放到達到 99% 終端速度的期間受到外力所做的功約為多少焦耳(J)？（設重力加速度 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ）



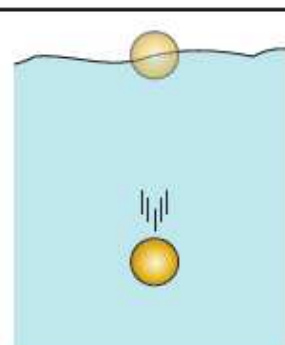
- (A) 0.012 J (B) 0.024 J (C) 0.036 J (D) 0.048 J (E) 0.06 J

參考答案：(C)。

【解】：

A metal ball with mass $m = 0.15 \text{ kg}$ is dropped from rest in a fluid. The magnitude of the resistance due to the fluid is given by $C_d v$, where C_d is a drag coefficient and v is the ball's speed. If $C_d = 2.1 \text{ kg/s}$, determine the total work done on the ball from the moment of release until the ball achieves 99% of terminal velocity.

(by both gravity and drag) ?



Solution

Work-energy principle

$$U_{1-2} = T_2 - T_1.$$

The kinetic energies are

$$T_1 = 0 \quad \text{and} \quad T_2 = \frac{1}{2} m v_2^2,$$

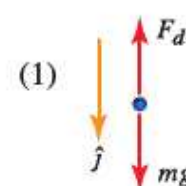
where v_2 is 99% of the terminal velocity v_t . Force law: $F_d = C_d v$.

The terminal velocity of the ball is found with the following balance equation:

$$\sum F_y: \quad mg - F_d = 0 \quad \Rightarrow \quad C_d v_t = mg \quad \Rightarrow \quad v_t = \frac{mg}{C_d}.$$

Eq. (1) becomes

$$U_{1-2} = \frac{1}{2} m \left(\frac{0.99 mg}{C_d} \right)^2 = 0.0361 \text{ J}.$$



4. (4 分) 如圖所示，當施力 100 N 時，物體 *B* 所承受的挾持力約為多少？

- (A) 250 N (B) 425 N (C) 550 N (D) 625 N (E) 750 N

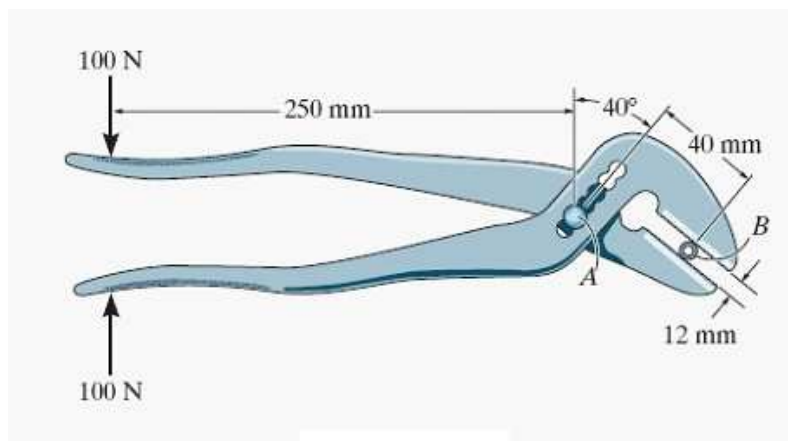
參考答案：(D)。

【解】：

取後半為自由體，如圖所示。

$$\sum M_A = 0, 100(250) - F_B(40) = 0$$

$$F_B = 625 \text{ N}$$



5. (6分) 如圖所示，滾輪的質量是 150 kg，與地面的靜摩擦係數在 A 點是 0.4，而在 B 點是 0.2。請問水平力量 P 最少約需要多大，才能使滾輪開始運動。
- (A) 844 N (B) 989 N (C) 1,021 N (D) 1,149 N (E) 1,256 N

參考答案：(A)。

【解】：

第一種可能：A 點離開地面，輪子對著 B 點轉動，如圖一所示。

$$\sum M_B = 0:$$

$$W(0.4 \sin \theta) - P(0.2 + 0.4 \cos \theta) = 0$$

$$P = W \sin \theta = 1021 \text{ N}$$

第二種可能：A、B 兩點開始滑動，輪子對著輪心轉動，如圖二所示。

$$\sum F_x = 0:$$

$$0.4N_A + 0.2N_B \cos \theta - N_B \sin \theta + P = 0$$

$$\sum F_y = 0:$$

$$N_A + 0.2N_B \sin \theta + N_B \cos \theta - W = 0$$

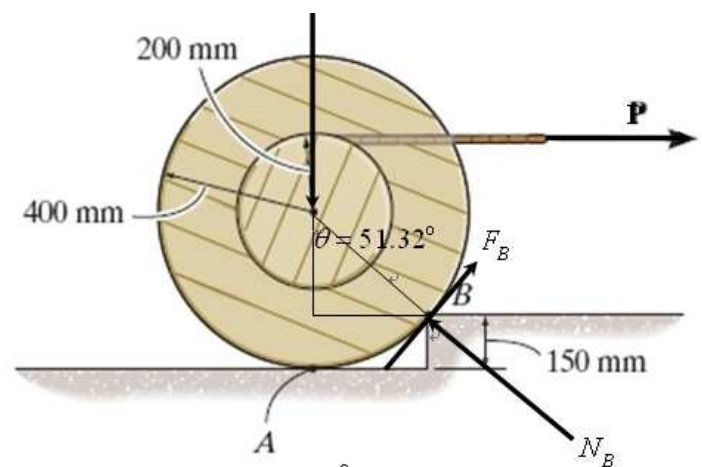
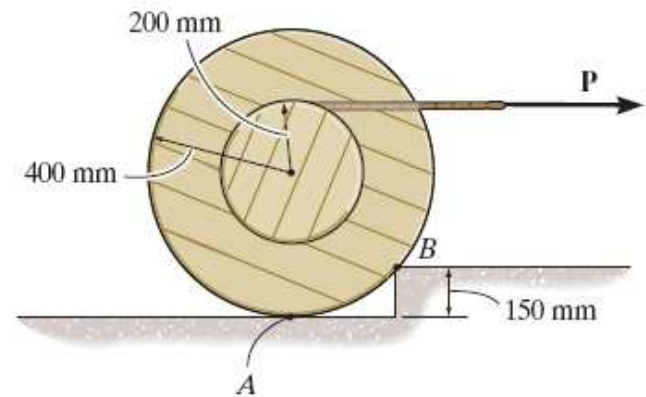
$$\sum M_O = 0:$$

$$0.4N_A(0.4) + 0.2N_B(0.4) - P(0.2) = 0$$

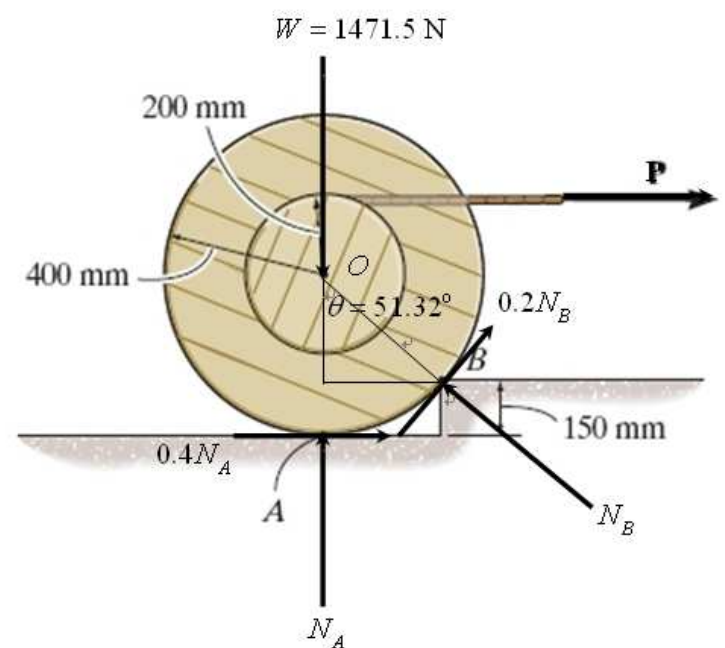
Solving,

$$P = 844 \text{ N}$$

$$(N_A = 315 \text{ N}, N_B = 1480 \text{ N})$$



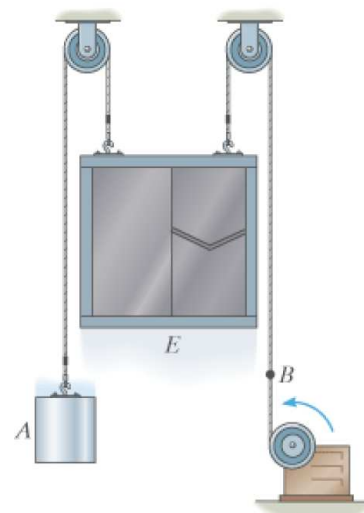
圖一



圖二

6. (4 分) 如圖所示，電梯 E 的質量是 500 kg ，物體 A 的質量是 150 kg 。在馬達的動力下，繩索 B 有 $5,000 \text{ N}$ 的張力。請問此時電梯的加速度大小約為多少？

- (A) 1.0 m/s^2 (B) 1.6 m/s^2 (C) 2.0 m/s^2 (D) 2.4 m/s^2
 (E) 3.0 m/s^2



參考答案：(D)。

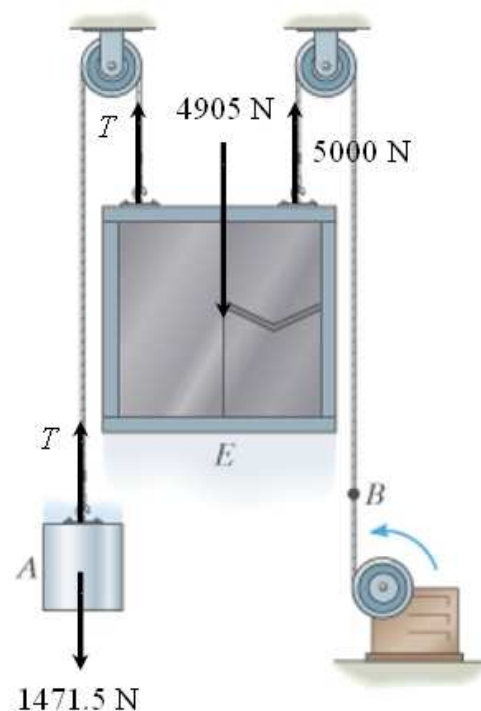
【解】：

取物體 A 為自由體: $1471.5 - T = 150a$ (1)

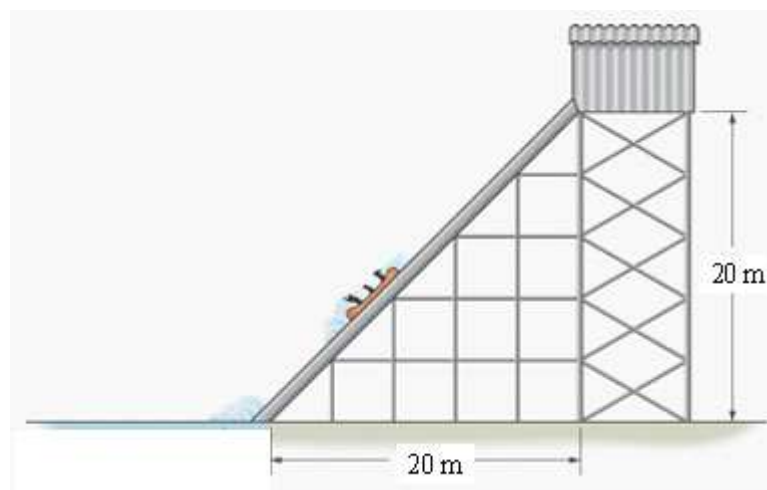
取電梯 E 為自由體: $T + 5000 - 4905 = 500a$ (1)

Solving

$a = 2.41 \text{ m/s}^2$ ($T = 1110 \text{ N}$)



7. (5 分) 圖中所示為一水上遊樂設施，小船總重量 (含乘客) 8,000 N，由 20 m 高處以零初速自由滑下。經計時結果，從最高點至最低點共計 2.93 s。假設在此過程中，摩擦阻力為定值；請問此摩擦阻力約為多少？



- (A) 200 N (B) 280 N (C) 360 N (D) 440 N (E) 520 N

參考答案：(B)。

【解】：

由運動學關係：

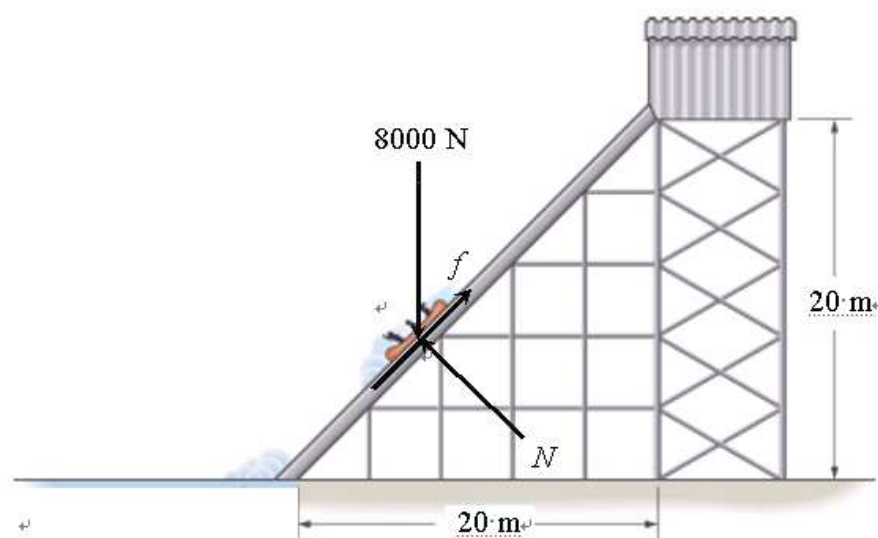
$$S = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 20\sqrt{2} = \frac{1}{2}a(2.93)^2,$$

$$a = 6.59 \text{ m/s}^2$$

取小船為自由體，由動力平衡關係：

$$8000\sin 45^\circ - f = (8000/9.81)(6.59)$$

$$f = 283 \text{ N}$$



8. (5 分) 一輛後輪傳動的賽車在 400 m 長之賽車道上，從靜止啓動時前輪恰好離地，如圖所示。若已知輪子與地面之動摩擦係數是 0.6，則後輪在車道上打滑所畫出一道 18 m 長度之痕跡時之末速度約爲多少？



- (A) 10.8 km/h (B) 14.6 km/h (C) 52.4 km/h (D) 63.52 km/h (E) 228.7 km/h

參考答案：(C)。

【解】：

首18米車後輪承受最大滑動摩擦力，量值爲

$$[f_k]_{max} = \mu_k N = (0.60) \times (W) \dots \dots \dots (1)$$

又初動能 $E_{k0} = 0$

$$\text{末動能 } E_k = \frac{1}{2} \times \frac{W}{g} \times v_{18}^2 \dots \dots \dots (2)$$

而摩擦力的功爲

$$W_f = [f_k]_{max} \times (18m) = (0.60) \times (W) \times (18m) = 10.8W \dots \dots \dots (3)$$

所以由功能定理可得

$$E_{k0} + W_f = E_k, \text{ 即}$$

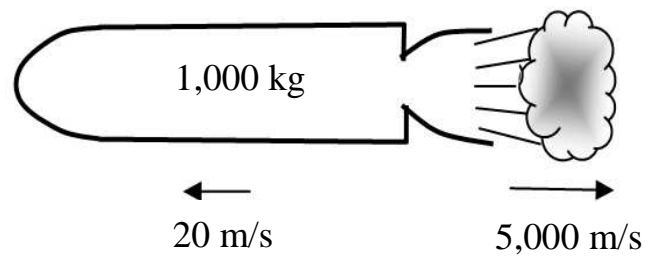
$$10.8W = \frac{1}{2} \times \frac{W}{g} \times v_{18}^2$$

$$\therefore v_{18}^2 = 211.9$$

得末速爲

$$v_{18} = 14.557\text{m/s} = 52.4 \text{ km/h} \text{ 。}$$

9. (4分) 質量 1,000 kg 的太空探測器原來靜止於太空中。當其自靜止中點燃主引擎後，歷時 5 s 內把廢氣以 5,000 m/s 之出口速度排出，獲得 20 m/s 的飛行速度，如圖所示，則排出的廢氣質量約為多少？



- (A) 0.8kg (B) 4 kg (C) 5 kg (D) 15 kg (E) 20 kg

參考答案：(B)。

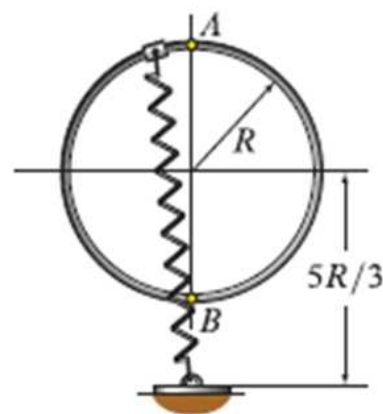
【解】：

依動量守恆，得

$$(1000\text{kg}) \times (20\text{m/s}) = m \times (5000\text{m/s})$$

$$\therefore m = 4\text{kg}$$

10. (5分) 如圖所示，質量 3 kg 的套環可套在半徑 $R = 0.3 \text{ m}$ 之鉛直無摩擦的圓環軌道上滑行，已知接在套環上的彈簧之力常數為 $k = 300 \text{ N/m}$ 。若不計空氣阻力下，使套環從 A 點靜止起向左平順滑到 B 點，得速率為 4.6 m/s ，則此彈簧的自然長度 (原始長度) 約為多少？



- (A) 0.42 m (B) 0.36 m (C) 0.63 m (D) 0.23 m (E) 0.16 m

參考答案：(A)。

【解】

設彈簧的自然長度為 L_0 ，而 A 、 B 兩點之高度各為：

$$h_A = \frac{5R}{3} + R = \frac{8R}{3} = 0.8\text{m} ; h_B = \frac{5R}{3} - R = \frac{2R}{3} = 0.2\text{m} ,$$

故則彈簧的伸長量在 A 點時為： $0.8\text{m} - L_0$ ；在 B 點時為： $0.2\text{m} - L_0$

所以其彈性位能各為：

$$U_{SA} = \frac{1}{2}k(0.8 - L_0)^2 = 150 \times (0.64 - 1.6L_0 + L_0^2) = 96 - 240L_0 + 150L_0^2 ;$$

$$U_{SB} = \frac{1}{2}k(0.2 - L_0)^2 = 150(0.04 - 0.4L_0 + L_0^2) = 6 - 60L_0 + 150L_0^2 .$$

又取 B 點為基準，得套環之重力位能各為：

$$U_{gA} = mgh_A = 3 \times 9.81 \times 0.8\text{J} = 23.54\text{J} ; U_{gB} = mgh_B = 3 \times 9.81 \times 0.2\text{J} = 5.89\text{J}$$

再由已知條件，得套環在此兩點之動能分別為：

$$E_{KA} = 0 ; E_{KB} = \frac{1}{2}mV_B^2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 4.6^2\text{J} = 31.74\text{J}$$

所以根據能量守恆得下列等式：

$$U_{SA} + U_{gA} + E_{KA} = U_{SB} + U_{gB} + E_{KB} , \text{ 即}$$

$$(96 - 240L_0 + 150L_0^2) + 23.54\text{J} + 0 = (6 - 60L_0 + 150L_0^2) + 5.89\text{J} + 31.74\text{J}$$

解之得 $L_0 = 0.42 \text{ m}$ 。

11. (5分) 在 $t=0$ 時，初速為 16 m/s 的汽車，以 $0.5t$ 的減加速度（加速度為負值）行駛，取加速度單位為 m/s^2 ；時間 t 的單位為 s ，則車子停止前總行程約為多少？
- (A) 15 m (B) 31 m (C) 62 m (D) 85 m (E) 100 m

參考答案：(D)。

【解】

由於加速度為 $a = -0.50t$ ，其函數圖形，如圖 6-1 所示。

從圖形之面積得 t 秒內之速度變化量為： $\Delta V = -0.25t^2$

所以第 t 秒時之速度為： $V = V_0 + \Delta V = 16 - 0.25t^2$ ，其函數圖形為拋物線，如圖 6-2 所示。

求出圖 6-2 之圖形面積，即為此車之總行程，以符號 S 代表之。

由於 $t=0, 2\text{ s}, 4\text{ s}, 6\text{ s}, 8\text{ s}$ 時車速各為 $16\text{ m/s}, 15\text{ m/s}, 12\text{ m/s}, 7\text{ m/s}, 0$ ，得圖 6-3。圖中四個長方形面積總和為： $S_1 = 32\text{ m} + 30\text{ m} + 24\text{ m} + 14\text{ m} = 100\text{ m}$ 。

若把圖 6-2 上畫一條斜直線，如圖 6-4 所示，則直線下之面積為 $S_2 = 64\text{ m}$ 。

比較 S 、 S_1 、 S_2 可看出： $S_1 > S > S_2$ 或 $100\text{ m} > S > 64\text{ m}$

故知本題之 (D) 選項為正確答案。

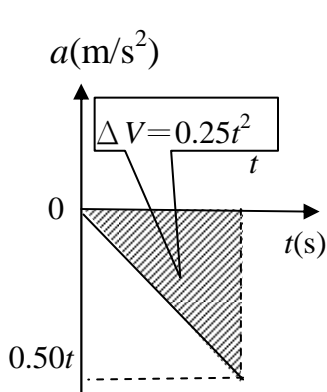


圖 6-1

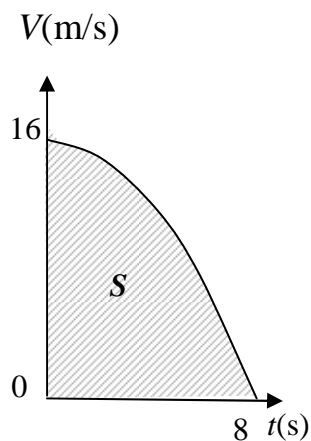


圖 6-2

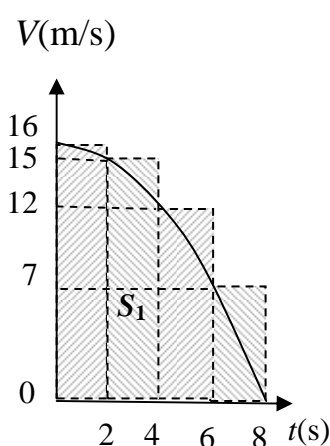


圖 6-3

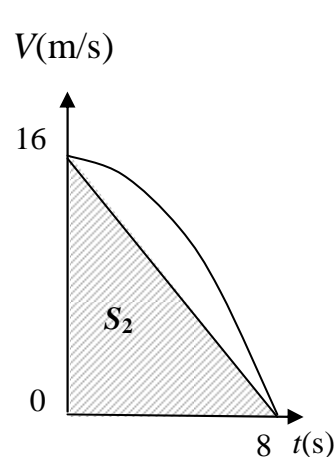
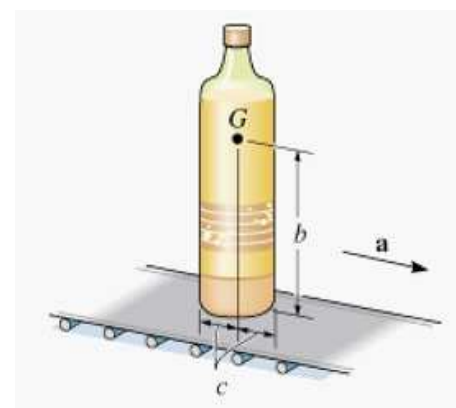


圖 6-4

12. (5 分) 重 W 的瓶子靜止置於輸送帶上，若其靜摩擦係數為 μ_s ，試求此瓶子不滑動或傾倒的條件下輸送帶的最大加速度約為多少？（瓶子的重心為 G ）



已知： $W = 20 \text{ N}$ ， $b = 16 \text{ cm}$ ， $c = 3 \text{ cm}$ （瓶半徑）， $\mu_s = 0.2$ ， $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

- (A) 1.96 m/s^2 (B) 1.84 m/s^2 (C) 0.98 m/s^2 (D) 0.49 m/s^2 (E) 0.25 m/s^2

參考答案：(B)。

【解】

Solution: Assume that bottle tips before slipping

$$x = c$$

Guesses $a_G = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $F_B = 1 \text{ N}$ $N_B = 1 \text{ N}$ $F_{max} = 1 \text{ N}$

Given $F_B = \left(\frac{W}{g}\right)a_G$ $N_B - W = 0$

$$F_B b - N_B x = 0$$
 $F_{max} = \mu_s N_B$

$$\begin{pmatrix} a_{Gt} \\ F_B \\ N_B \\ F_{max} \end{pmatrix} = \text{Find}(a_G, F_B, N_B, F_{max})$$

$$\begin{pmatrix} F_B \\ N_B \\ F_{max} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.75 \\ 20 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ N}$$

$$a_{Gt} = 1.84 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

If $F_B = 3.75 \text{ N} < F_{max} = 4 \text{ N}$ then we have the correct answer.

If $F_B = 3.75 \text{ N} > F_{max} = 4 \text{ N}$ then we know that slipping occurs first. If this is the case,

$$F_B = \mu_s N_B$$

Given $F_B = \left(\frac{W}{g}\right)a_G$ $N_B - W = 0$ $F_B b - N_B x = 0$

$$\begin{pmatrix} a_{Gs} \\ N_B \\ x \end{pmatrix} = \text{Find}(a_G, N_B, x)$$

$$N_B = 20.0 \text{ N}$$
 $x = 32.0 \text{ mm}$ $a_{Gs} = 1.96 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

As a check, we should have $x = 32.0 \text{ mm} < c = 30.0 \text{ mm}$ if slipping occurs first

In either case, the answer is $a_G = \min(a_{Gs}, a_{Gt})$

$$a_G = 1.84 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

13. (4 分) 如圖所示之滑輪系統，欲支撐重量 W 之物體，請問所需之張力 T 約為多少？

- (A) $\frac{W}{8}$ (B) $\frac{W}{4}$ (C) $\frac{W}{2}$ (D) $2W$ (E) $4W$

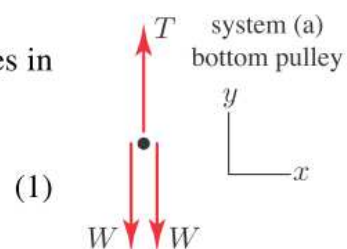
參考答案：(E)。

【解】

Solution

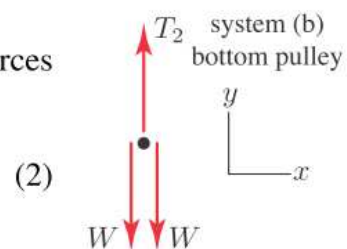
System (a) The FBD of the lower pulley is shown at the right. Summing forces in the y direction and solving for the cable tension T provides

$$T = 2W \text{ for system (a).}$$



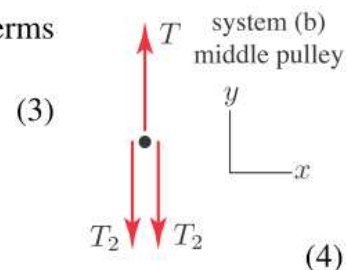
System (b) The FBD for the bottom pulley is shown at the right. Summing forces in the y direction and solving for the cable tension T_2 provides

$$T_2 = 2W.$$



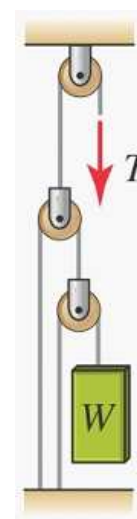
Using the FBD at the right for the middle pulley, the tension T can be found in terms of T_2 as

$$T = 2T_2.$$

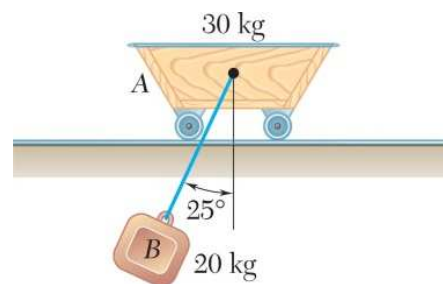


Knowing the tension T_2 from Eq. (2), we obtain

$$T = 4W \text{ for system (b).}$$



14. (5 分) 滑車 A 上以一長度 2 公尺的細繩懸吊磚塊 B，如圖所示。其中， $m_A = 30 \text{ kg}$ ， $m_B = 20 \text{ kg}$ ，初始懸線與鉛直線夾角為 25° 不計任何摩擦， $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ，試求磚塊 B 釋放後，當位置來到滑車 A 的正下方時，磚塊 B 的速率約為何？



- (A) 0.40 m/s (B) 0.88 m/s (C) 1.49 m/s (D) 2.36 m/s (E) 3.58 m/s

參考答案：(C)。

【解】

參考答案：(C)

詳解：整個過程，A, B 水平不受外力，動量守恆。

系統初動量為 0，

$$P_0 = 0$$

當磚塊 B 位置來到滑車 A 的正下方時

$$P = m_A v_A + m_B v_B = 0$$

$$\rightarrow m_A v_A + m_B v_B = 0$$

$$v_A = -\frac{m_B}{m_A} v_B \quad (1)$$

力學能守恆

$$T_0 = 0$$

$$V_0 = m_B g l (1 - \cos \theta)$$

$$T = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2$$

$$V = 0$$

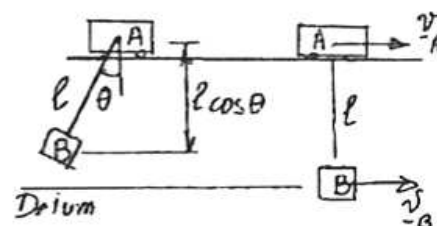
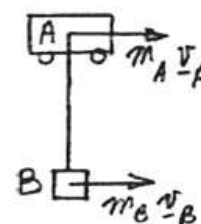
$$\Rightarrow T_0 + V_0 = T + V: m_B g l (1 - \cos \theta) = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2$$

將(1)式中的 v_A 代入

$$2m_B g l (1 - \cos \theta) = m_A \left(\frac{m_B^2}{m_A^2} v_B^2 \right) + m_B v_B^2$$

$$= \left(\frac{m_B^2}{m_A} + m_B \right) v_B^2 = m_B \frac{m_B + m_A}{m_A} v_B^2$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2m_A}{m_A + m_B} g l (1 - \cos \theta)} \quad (2)$$



$$m_A = 30 \text{ kg} \quad m_B = 20 \text{ kg}, \quad l = 2 \text{ m}$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2 \quad \theta = 25^\circ$$

$$\frac{2m_A}{m_A + m_B} = \frac{(2)(30)}{30 + 20} = 1.2$$

由式(2)得

$$v_B = \sqrt{(1.2)(9.81)(2)(1 - \cos 25^\circ)}$$

$$v_B = 1.49 \text{ m/s} \rightarrow \blacktriangleleft$$

由式(1)得

$$v_A = -\frac{m_B}{m_A} v_B = -\frac{20}{30}(1.49)$$

$$v_A = 1.0 \text{ m/s} \leftarrow \blacktriangleleft$$

15. (6 分) 已知船在水面上航行所受到的摩擦阻力與船速的 1.75 次方成正比。現有一拖船在全力輸出 300 kN 下能以定速 4.5 km/hr 拉動另一艘船，試計算當使用兩艘拖船在全力輸出的狀態下，可使被拉動船之船速變為約多少？

(A) 5.79 km/hr (B) 3.21 km/hr (C) 6.79 km/hr (D) 4.98 km/hr

參考答案：(A)。

【解】

(a) Power developed by tugboat at 4.5 km/h.

$$v_0 = 4.5 \text{ km/h} = 1.25 \text{ m/s}$$

$$F_0 = 300 \text{ kN}$$

$$P = F_0 v_0 = (300 \text{ kN})(1.25 \text{ m/s})$$

$$P = 375 \text{ kW} \quad \blacktriangleleft$$

(b) Maximum speed.

Power required to tow ship at speed v :

$$F = F_0 \left(\frac{v}{v_0} \right)^{1.75} \quad P = Fv = F_0 \left(\frac{v}{v_0} \right)^{1.75} v = F_0 v_0 \left(\frac{v}{v_0} \right)^{2.75}$$

Since we have two tugboats, the available power is twice maximum power $F_0 v_0$ developed by one tugboat.

$$2F_0 v_0 = F_0 v_0 \left(\frac{v}{v_0} \right)^{2.75} \quad \left(\frac{v}{v_0} \right)^{2.75} = 2 \quad v = v_0 (2)^{1/2.75} = v_0 (1.2867)$$

Recalling that

$$v_0 = 4.5 \text{ km/h}$$

$$v = (4.5 \text{ km/h})(1.2867) = 5.7902 \text{ km/h}$$

$$v = 5.79 \text{ km/h} \quad \blacktriangleleft$$

16. (4 分) 飛機起飛時，空氣對整個飛機提供了 8,000 N 的推力，方向 65° 水平向上。此時飛機以固定的垂直爬升率(速度)向上升，同時獲得一水平加速度。試計算飛機的水平加速度約為何？

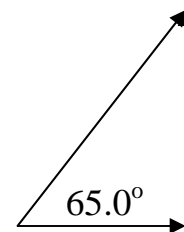
- (A) 7.2 m/sec^2 (B) 4.6 m/sec^2 (C) 6.5 m/sec^2 (D) 5.5 m/sec^2

參考答案：(B)。

【解】

垂直受力為 0 $F \times \sin 65^\circ - m \times 9.81 = 0$ $m = 739.08 \text{ kg}$

水平受力 $F \times \cos 65^\circ = m \times a_h$ $a_h = 4.57 \text{ m/sec}^2$



二、多重選擇題 (共 24 分)

第17題至第20題，每題各有5個選項，其中至少有一個是正確的，選出正確選項，標示在答案卡之「選擇題答案區」上。各選項獨立計分，每答對一個選項，可得該題分之1/5，完全答對得該題分，每答錯一個倒扣該題分之1/5。該題全部未作答者，不給分亦不扣分。

17. (6 分) 一棒球的質量為 0.4 kg。當球棒打擊棒球時，棒球正以水平速度 35 m/s 向左飛行；棒球被打擊後以與水平面夾 60° 角向正右上方飛去。棒球被擊出後，測出其所達最大垂直高度 (自擊球點的水平面算起) 為 50 m，若不計空氣阻力及打擊過程中的重力作用，則下列各項何者正確？

- (A) 球棒作用於棒球的衝量大小約為 24.7 N · s。
- (B) 球棒作用於棒球的衝量大小約為 40 N · s。
- (C) 球被打擊後速度的鉛直分向量約為 31.32 m/s
- (D) 球被打擊後速度的水平分向量約為 18.08 m/s
- (E) 球被打擊前後的動能變化量約為 16.57 J

參考答案：(A)(C)(D)(E)。

【解】：

設棒球被打擊後速度的鉛直分向量為 v_y 、水平分向量為 v_x 。則

$$0 = v_y^2 - 2 \times 9.81 \times 50, \quad v_y = 31.32;$$

$$v_x = \frac{31.32}{\sqrt{3}} = 18.08$$

$$J_y = 0.4 \times 31.32 - 0 = 12.53$$

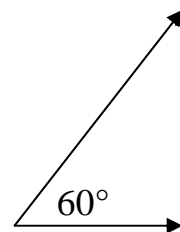
$$J_x = 0.4 \times 18.08 - (-0.4 \times 35) = 7.23 + 14 = 21.23$$

$$J = \sqrt{21.23^2 + 12.53^2} = 24.7$$

解得： $J = 24.7 \text{ N} \cdot \text{s}$ 。

$$V = \sqrt{31.32^2 + 18.08^2} = 36.16$$

$$\Delta E_K = \frac{1}{2} \times 0.4 (36.16^2 - 35^2) = 16.57 \text{ 焦耳}$$



18. (6分) 如圖所示，一機械裝置中有一物 B 重 9 kg

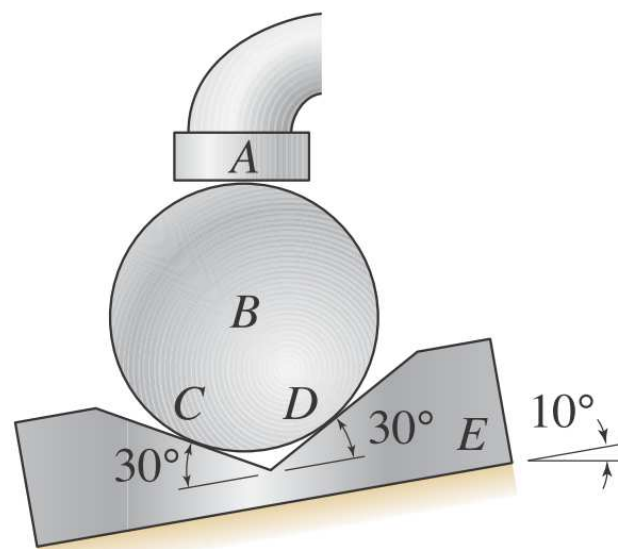
由一 V 形塊 E 支撐，上方有一夾具 A 固定住 B 並

施以一鉛直力 150 N 於 B 物，試求 C 與 D 點之

作用力 F_C 與 F_D 約為多少？

(A) $F_C = 177\text{ N}$ (B) $F_D = 94\text{ N}$ (C) $F_C = 88\text{ N}$

(D) $F_D = 47\text{ N}$ (E) $F_D = 32\text{ N}$



參考答案：(A)(B)。

【解】

Solution

Using the FBD shown at the right, summing forces in the x and y directions leads to

$$\sum F_x = 0 : \quad R_C \sin 20^\circ - R_D \sin 40^\circ = 0, \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \quad -150\text{ N} - 88.3\text{ N} + R_C \cos 20^\circ + R_D \cos 40^\circ = 0. \quad (2)$$

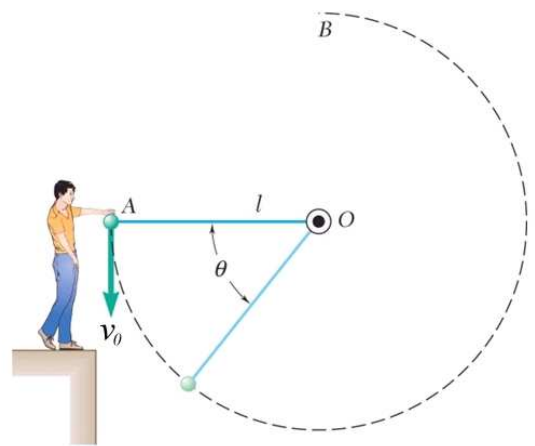
Multiply Eq. (1) by $\cos 40^\circ$ and Eq. (2) by $\sin 40^\circ$ and add to obtain

$$-(\sin 40^\circ)238.3\text{ N} + R_C(\sin 20^\circ \cos 40^\circ + \cos 20^\circ \sin 40^\circ) = 0$$

Equation (3) is solved for R_C , and this result is substituted into either of Eqs. (1) or (2) to obtain R_D , with the following results

$$\boxed{R_C = 176.87\text{ N} \quad \text{and} \quad R_D = 94.1\text{ N}.} \quad (4)$$

19. (6分) 將一質量 m 之小球由 A 點向下施以一速度 v_0 ，使其繞 O 點作圓周運動可達最高點 B 。若 (a) AO 為一柔性繩子，長度為 l 但質量可忽略， v_0 最小值為 v_a ，此時張力大小為 T_a ；(b) AO 為一剛性棍棒，長度為 l 但質量可忽略， v_0 最小值為 v_b ，此時張力大小為 T_b ，則下列何者正確？(設重力加速度為 g)



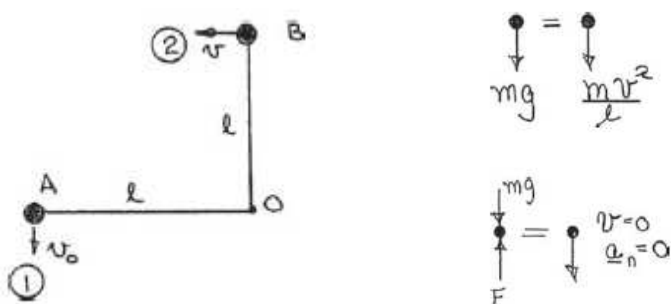
(A) $v_a = \sqrt{3gl}$; $v_b = \sqrt{3gl}$ (B) $v_a = \sqrt{2gl}$; $v_b = \sqrt{2gl}$

(C) $v_a = \sqrt{3gl}$; $v_b = \sqrt{2gl}$ (D) $T_a = 0$; $T_b = 0$

(E) $T_a = 0$; $T_b = mg$

參考答案：(C)(E)。

【解】



$$T_1 = \frac{1}{2}mv_0^2,$$

$$T_2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 \rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 - mgl = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v_0^2 = v^2 + 2gl$$

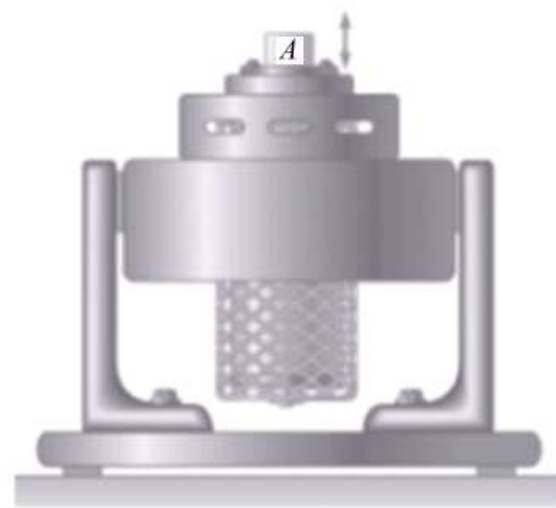
(a) 若 AO 為一柔性繩子，在 B 點的張力為 0 ， $T_a = 0$ ，向心力為 $mg \downarrow$

$$mg = \frac{mv^2}{l} \rightarrow v^2 = gl \rightarrow v_0^2 = 3gl \therefore v_a = \sqrt{3gl}$$

(b) 若 AO 為一剛性棍棒，在 B 點的張力為 $mg \uparrow$ ， $T_b = mg$ ，向心力為 0

$$0 = \frac{mv^2}{l} \rightarrow v^2 = 0 \rightarrow v_0^2 = 2gl \therefore v_b = \sqrt{2gl}$$

20. (6 分) 如圖所示，物體 A 被固定於一震動桌上，其桌面可做固定頻率且垂直上下之簡諧運動，若其峰值加速度為 50 m/s^2 ，振幅為 60 mm ，則下列何者正確？



- (A) 物體 A 峰值速度約為 1.73 m/s
- (B) 物體 A 峰值速度約為 17.6 m/s
- (C) 驅動桌面上下振動之馬達轉速約 4.6 rpm
- (D) 驅動桌面上下振動之馬達轉速約 276 rpm
- (E) 驅動桌面上下振動之馬達轉速約 176 rpm

參考答案：(A)(D)。

【解】

SOLUTION

In simple harmonic motion,

$$\begin{aligned}
 a_{\max} &= x_{\max} \omega_n^2 \\
 50 \text{ m/s}^2 &= (0.06 \text{ m}) \omega_n^2 \\
 \omega_n &= 28.87 \text{ rad/s} \\
 f_n &= \frac{\omega_n}{2\pi} \\
 &= \frac{28.87}{2\pi} \\
 &= 4.595 \text{ Hz (cycles per second)}
 \end{aligned}$$

(a) Motor speed. $(4.595 \text{ rev/s})(60 \text{ s/min})$ speed = 276 rpm ◀

(b) Maximum velocity. $v_{\max} = x_{\max} \omega_n = (0.06 \text{ m})(28.87 \text{ rad/s})$ $v_{\max} = 1.73 \text{ m/s}$ ◀

--- 題目結束 ---